第四篇　波动光学

第9章

光的衍射

光衍射(1)

主要内容：

- 光的衍射 惠更斯-菲涅耳原理
- 单缝夫琅禾费衍射

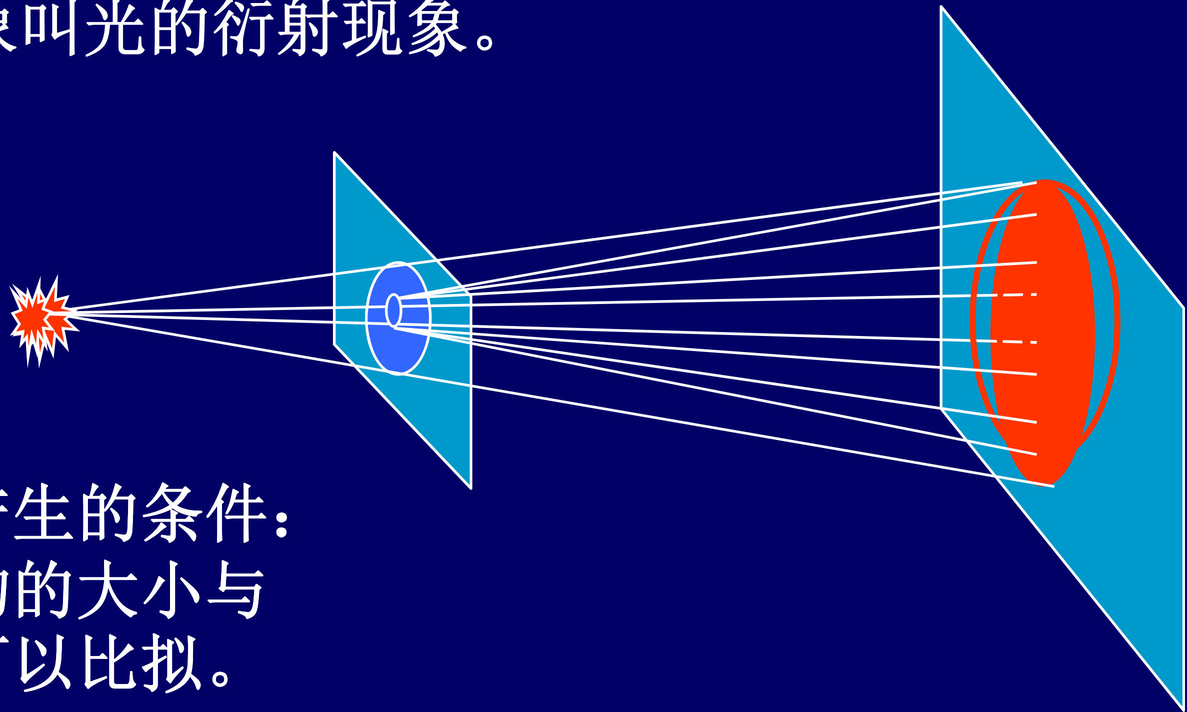
§9.1 惠更斯 — 菲涅耳原理

惠更斯, C.

菲涅耳, A.-J.

1、光的衍射现象

光偏离直线传播并且光强（光能）在空间不均匀分布的现象叫光的衍射现象。



衍射现象产生的条件：孔或障碍物的大小与光波波长可以比拟。

说明：

若孔径与波长相比不是很大，那么屏上图象不再是均匀的，而是明暗相间变化的条纹。

2、惠更斯 — 菲涅耳原理(Huyghens-Fresnel principle)

惠更斯原理

波阵面上每一点可看成发射子波的新波源, 其后任一时刻, 这些子波的包迹就构成新的波阵面。

能定性解释光的传播方向问题

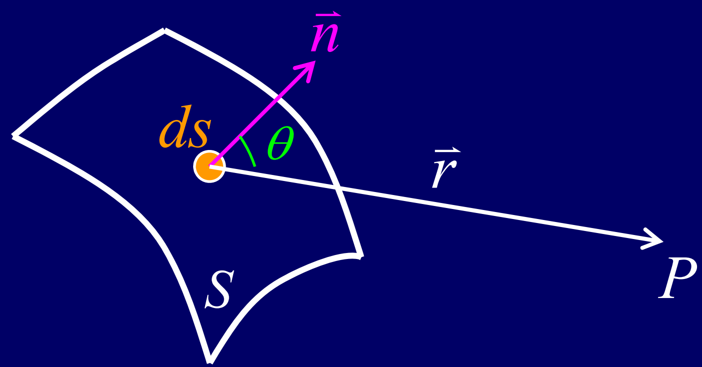
菲涅耳用“子波相干叠加”的思想充实了惠原理，指出：从同一波阵面上各点发出的子波在空间相遇时会产生相干叠加，空间任一点的振动就是这些子波相干叠加的结果。

—— 惠更斯 — 菲涅耳原理

根据惠 — 菲原理, 能定量解释衍射图样中光强分布不均的问题.

图中S为某一时刻的波阵面，它可分割成无数面元(子波源)ds,

根据惠 — 菲原理, 空间P点的光强就是波阵面S上无数子波源发出的子波在P点相干叠加的结果。



面元ds在P点引起的光振动可表为

$$dE = CK(\theta)\frac{dS}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

C为比例系数, $K(\theta)$为倾斜因子

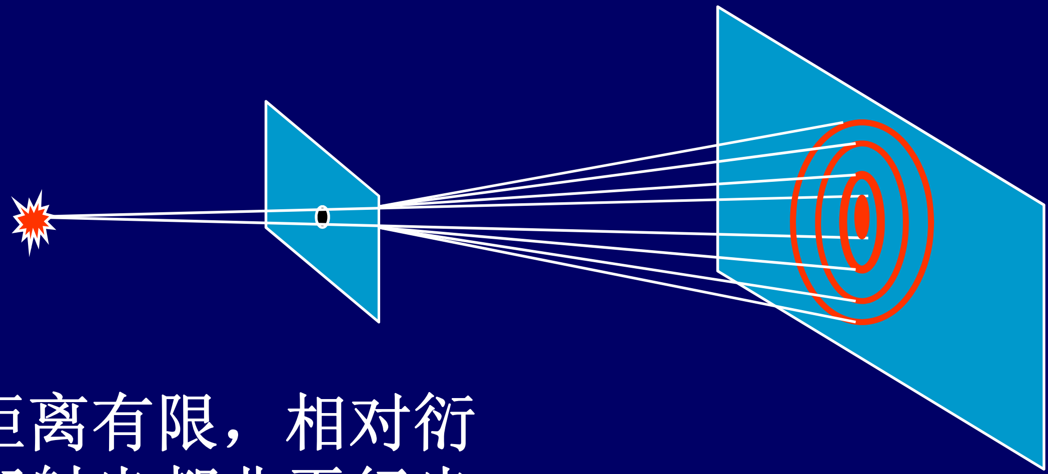
积分上式可得整个波面S在P点产生的合振动

$$E(P) = \int_S \frac{CK(\theta)}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})dS$$

由于一般情况下这个积分不易计算，下面讨论衍射现象时将采用另一种近似处理方法 —— 菲涅耳半波带法。

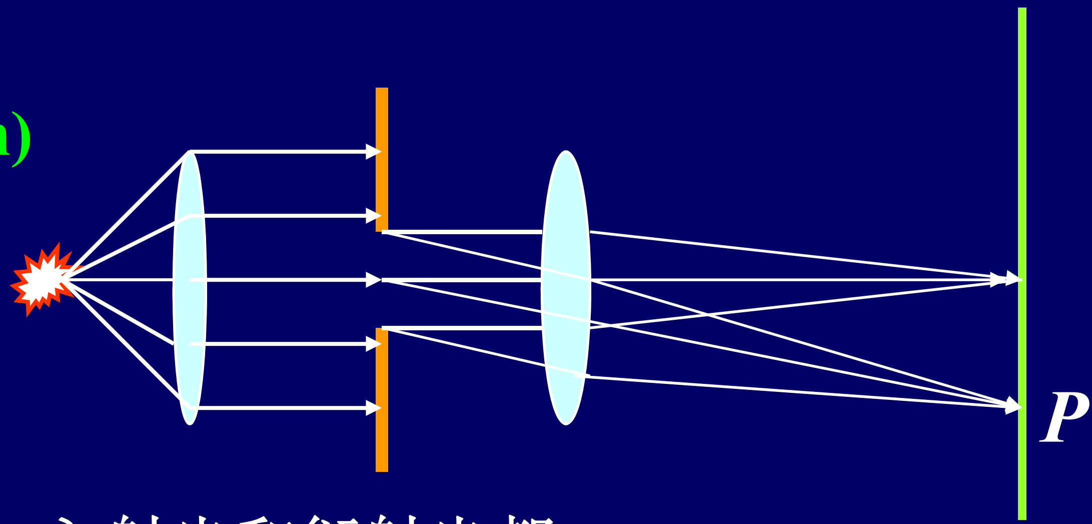
3. 两种衍射

菲涅耳衍射
(Fresnel diffraction)



光源和屏离衍射孔的距离有限，相对衍射孔而言，入射光和衍射光都非平行光。

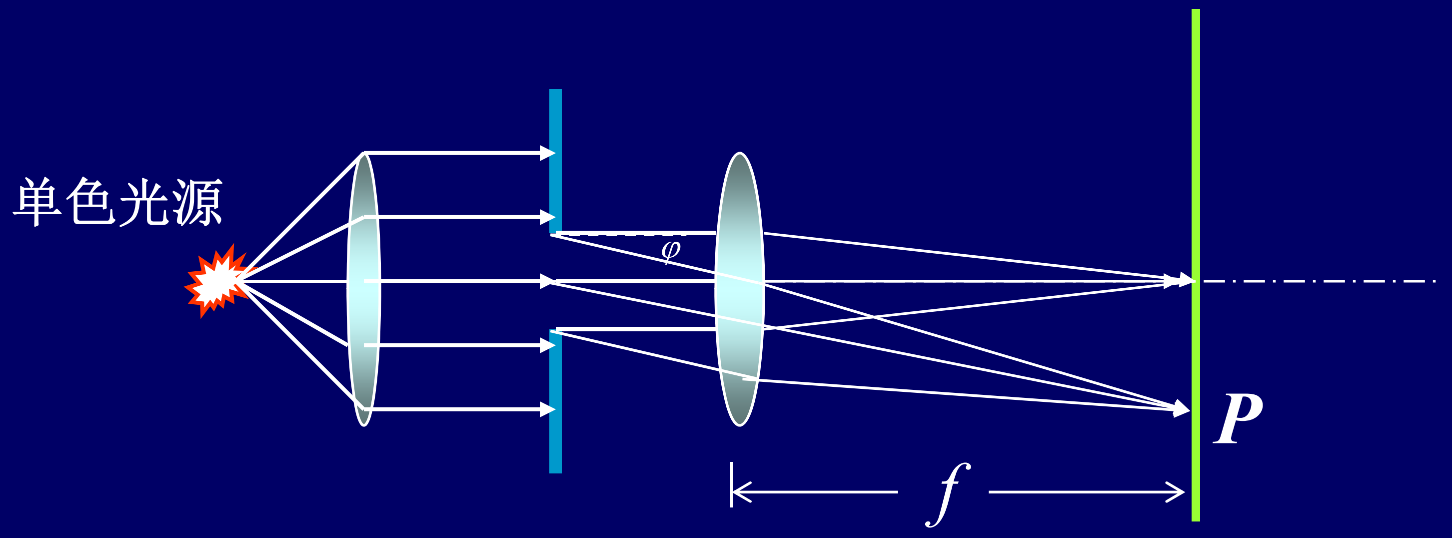
夫琅禾费衍射
(Fraunhofer diffraction)



相对衍射孔或缝而言，入射光和衍射光都是平行光，相当于光源和屏在无限远。

§9.2 单缝夫琅禾费衍射

光源和观察屏都在距离衍射单缝无限远处。



* φ — 衍射光线与单缝法线的夹角（衍射角）**(angle of difraction)**

* 衍射孔到屏的距离等于透镜的焦距 f。

为了讨论屏上 P 点的明暗，介绍**菲涅耳波带法** **(Fresnel zone construction)**。

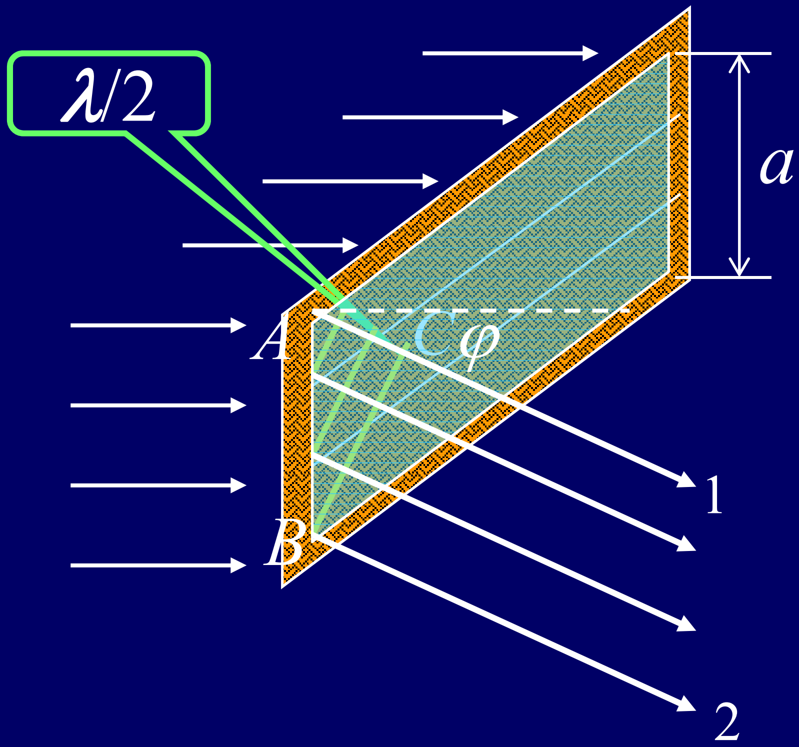
1、半波带(half wave)

设单缝宽度为a，入射单色光波长为 λ 。

过B点作垂直所有衍射线的平面BC，则单缝衍射两边缘光线的最大光程差

$$\boxed{\delta = AC = a\sin\varphi}$$

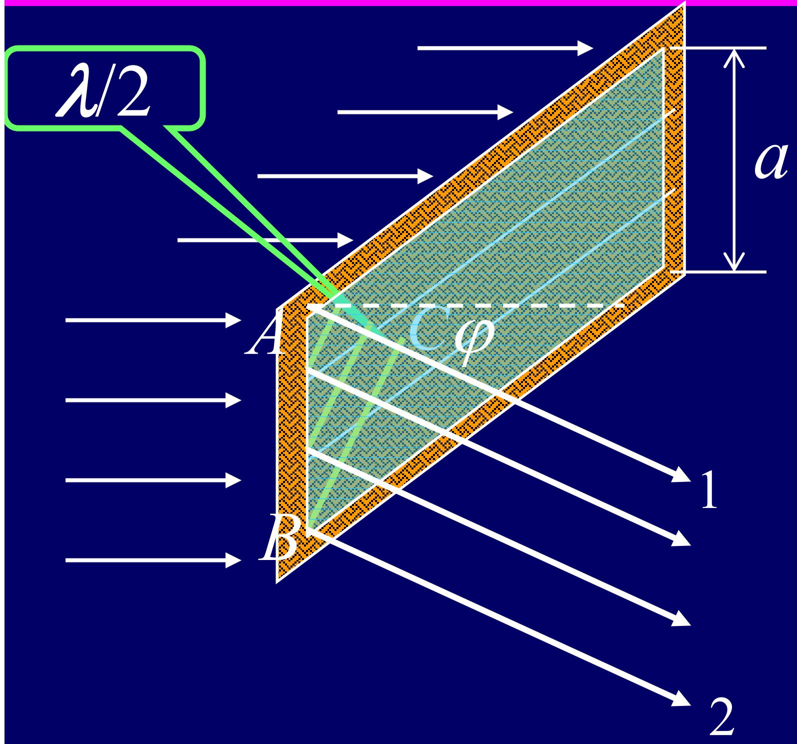
根据最大光程差是半波长的几倍，确定将缝宽分成几份。



狭缝分为n个半波带

$$a\sin\varphi = n\frac{\lambda}{2}$$

显然，只有当衍射角φ为某些特定值时，才正好将单缝处波阵面AB 分成整数个半波带（相邻两带对应点发出的光到屏上P 点的光程差为$\lambda/2$）

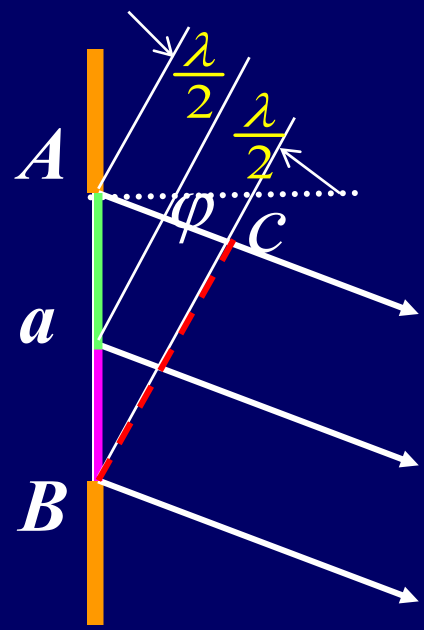


衍射角 φ不同，AB波阵面能分出的半波带数不同，半波带的个数取决于单缝两边缘处衍射线1、2到 屏上P 点的光程差 δ

$$\delta = AC = a\sin\varphi$$

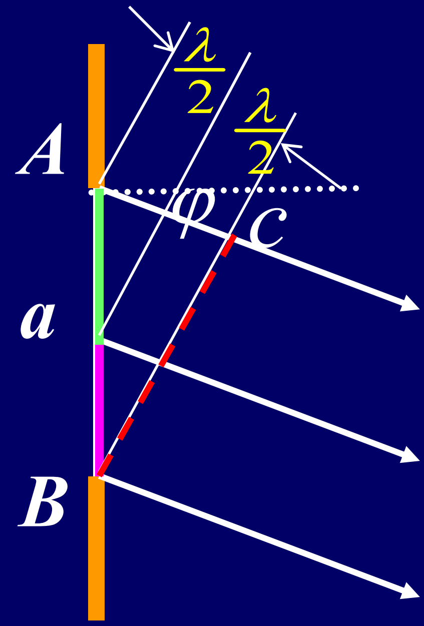
2、单缝衍射明暗条纹条件

（1）若 $AC = a\sin\varphi = 2(\frac{\lambda}{2})$



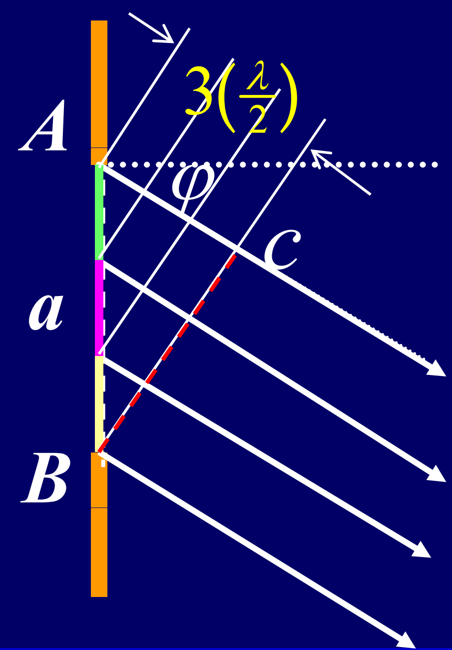
（1）若 $AC = a\sin\varphi = 2(\frac{\lambda}{2})$

AB波阵面恰好分成 **2** 个半波带，两波带对应点发出的光到 ***P*** 点的光程差为$\lambda/2$，因而***P*** 点干涉相消出现暗纹。



（2）若 $AC = a\sin\varphi = 3(\frac{\lambda}{2})$

AB波阵面恰好分成 **3** 个半波带，相邻两波带对应点发出的光到 ***P*** 点干涉相消后，余一波带的效果；因而 ***P*** 点出现明纹。



结论：平行光垂直入射时，单缝衍射明暗条纹条件

奇数个半波带 $a\sin\varphi = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 明纹

偶数个半波带 $a\sin\varphi = \pm k\lambda$ 暗纹

$k = 1, 2, 3, \cdots \qquad k \neq 0$

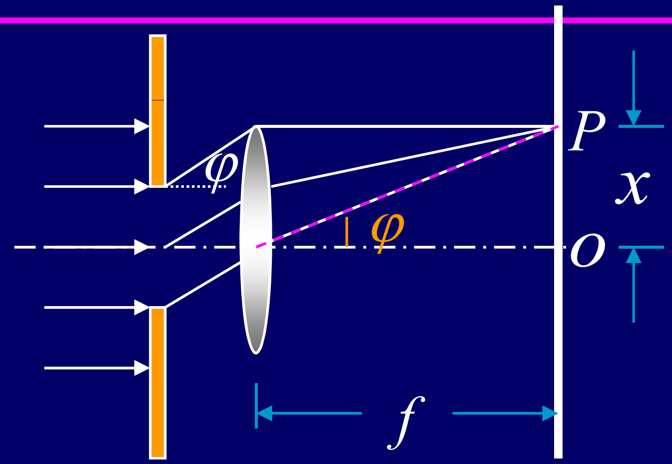
$k = 0, \varphi = 0$ 是中央明条纹中心.

3、讨论

(1) λ 一定，a 一定，$k \propto \varphi$ ；φ 大，k大，半波带数目多，波带面积小，条纹弱。

(2) a，k 一定，$\varphi \propto \lambda$；白光入射，$\varphi = 0$ 处，中央明纹，白色，$\varphi \neq 0$ ，同一级条纹，红在外，紫在内—— 彩色分布，级次高时，会发生重叠。

(3) 衍射角 φ 不大时，条纹的位置



由 $$a\sin\varphi \approx a\tan\varphi = a\frac{x}{f}$$

$$= \begin{cases} \pm k\lambda & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\lambda/2 & \text{明纹} \end{cases}$$

明条纹位置 $$x_k = \pm(2k+1)\frac{\lambda f}{2a} \qquad k = 1, 2, 3, \cdots$$

暗条纹位置 $$x_k = \pm k\frac{\lambda f}{a} \qquad k = 1, 2, 3, \cdots$$

$k=1$，1 级暗纹位置 $x_1 = \dfrac{f\lambda}{a}$

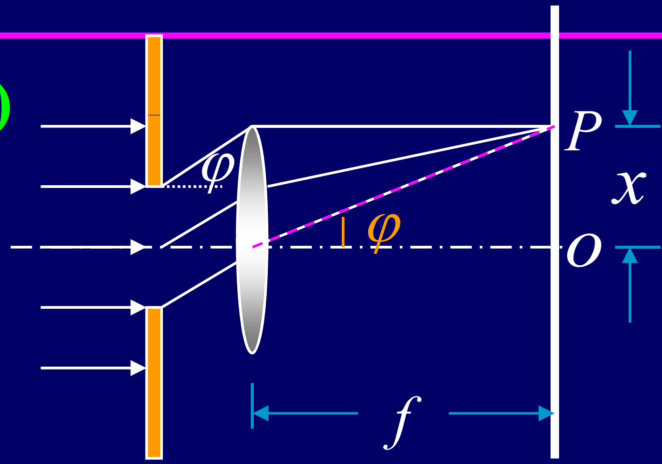
(4) 中央明纹的宽度

$$\Delta x = 2x_1 = \frac{2f\lambda}{a}$$（线宽度）

或 $$\phi = 2\varphi_1 = \frac{2x_1}{f} = \frac{2\lambda}{a}$$ (角宽度)

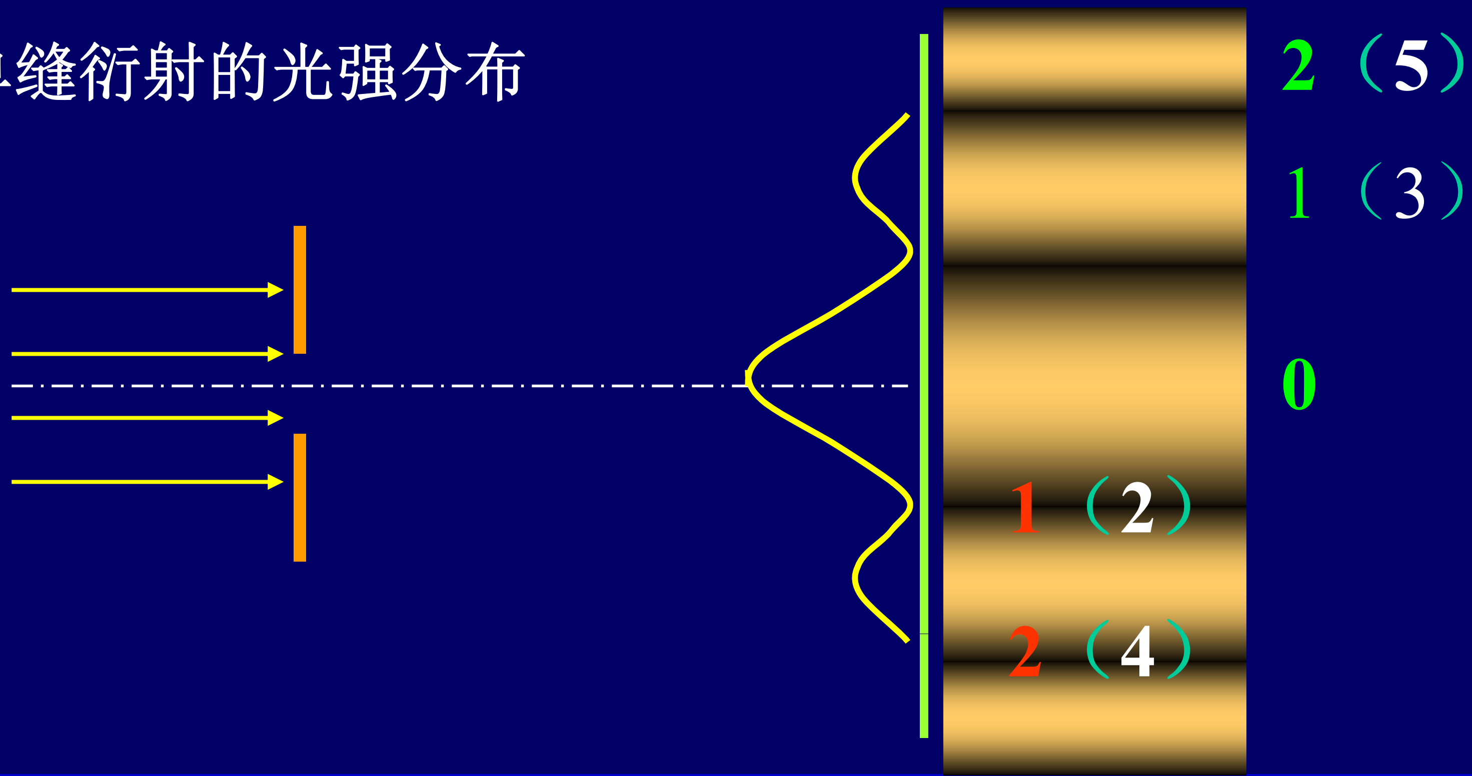
(5) 任意其它明纹的宽度(相邻两暗纹间距)

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda f}{a}$$

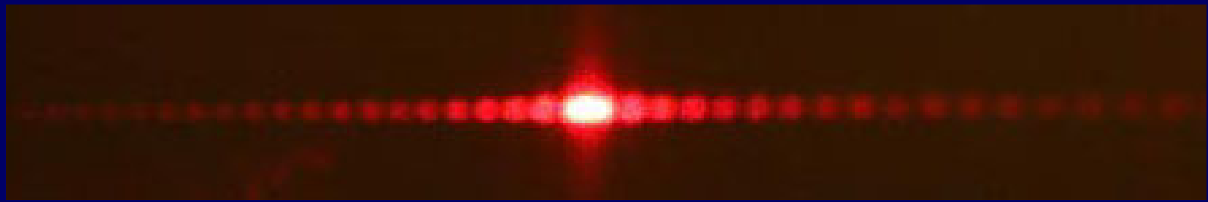


即:其它明条纹的宽度相同，中央明纹的宽度为其它明纹宽度的2倍.

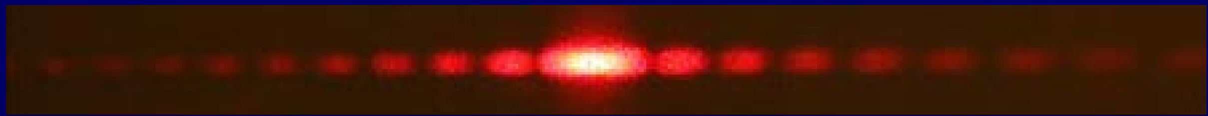
单缝衍射的光强分布



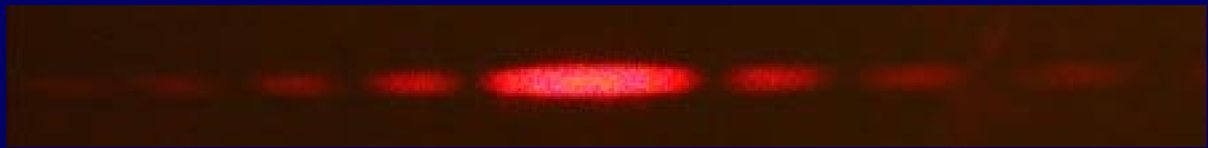
明条纹宽度和间距随缝宽变化的情形如下.



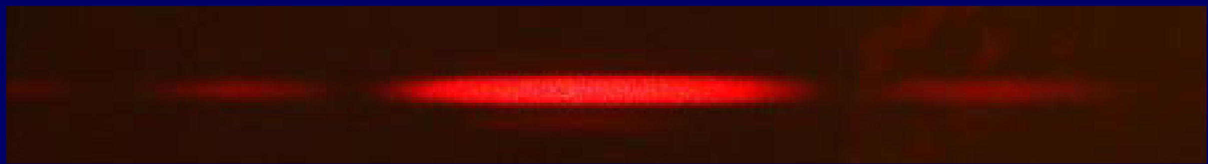
0.16 mm



0.08 mm



0.04 mm



0.02 mm

缝宽, 明条纹亮, 但间距减小； 缝窄, 条纹宽度和间距增大, 但亮度下降.

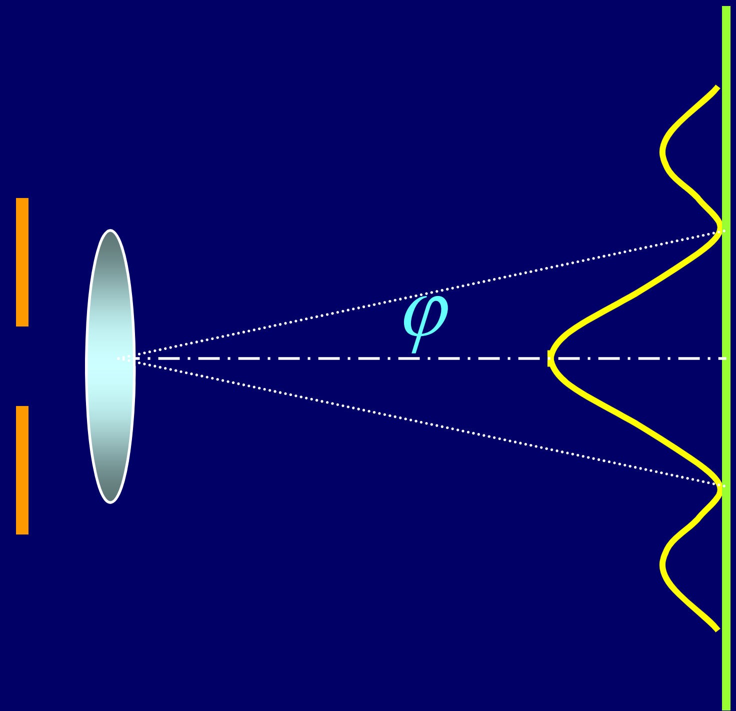
4、干涉与衍射的区别

干涉和衍射都是波的相干叠加，干涉是有限（分立）光束的相干叠加，而衍射是波阵面上无限多子波源发出子波的相干叠加。

例1 波长 **546 nm** 的平行光垂直照射在缝宽 **0.437 mm**的单缝上，缝后凸透镜的焦距为**40 cm**， 求透镜焦平面上衍射中央明纹的宽度。

解

$$a\sin\varphi_1 \approx a\tan\varphi_1 = a\frac{x_1}{f} = \lambda$$



$$\Delta x = 2x_1 = 2\frac{f\lambda}{a}$$

$$= \frac{2\times 546\times 10^{-9}\times 0.40}{0.437\times 10^{-3}} = 1.0\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$