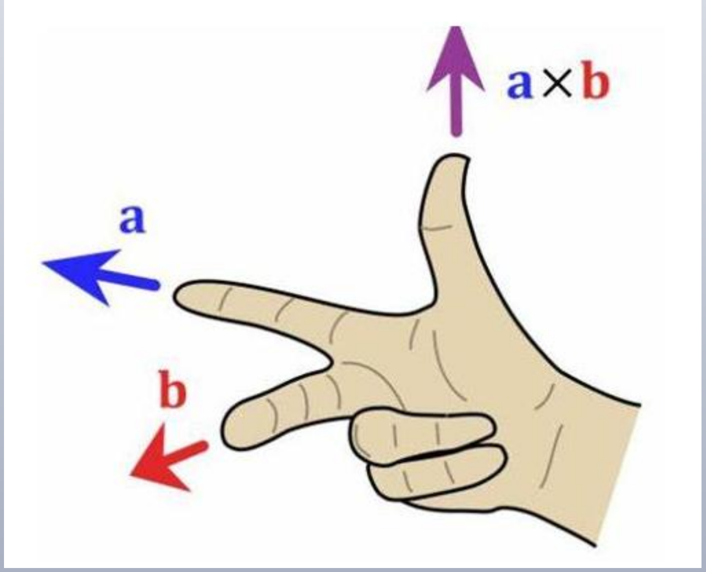
矢量及矢量运算



1. 两类物理量

标量 —— 用数字和单位就可表示的量

矢量 —— 有大小又有方向的量

2. 矢量的表示

书写 —— 字母上加箭头　　如：$\vec{F},\vec{v},\vec{a},\vec{E},\vec{B}\cdots$等

印刷 —— 用黑体字

单位矢量 —— 模（或数值）为 1 的矢量

$\vec{A}$ 的单位矢，$\vec{A}_0=\dfrac{\vec{A}}{A}$　　矢量 $\vec{A}$ 写成 $\vec{A}=A\vec{A}_0$

直角坐标系 x, y, z正向单位矢用 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 表示

自然坐标中切向和法向单位矢用 $\vec{\tau},\vec{n}$ 表示

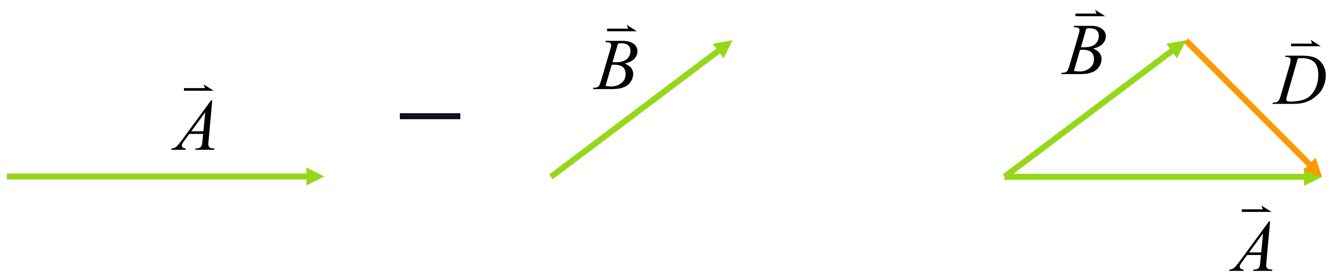
图形表示 —— 用一有向线段表示矢量

线段长度表示矢量的大小，箭头指向表示矢量的方向

3. 矢量的合成 —— 作图法

平行四边形法

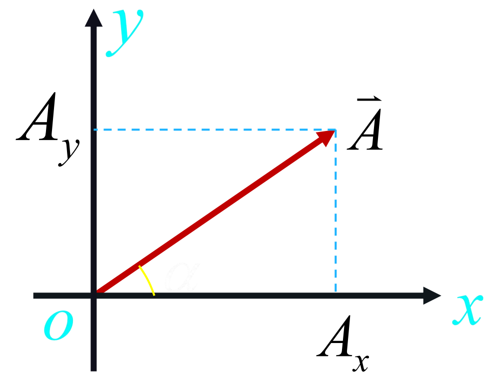
矢量相减



4. 矢量的分解 —— 正交分解

平面矢量的分解

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}=A\cos\alpha\vec{i}+A\sin\alpha\vec{j}$$



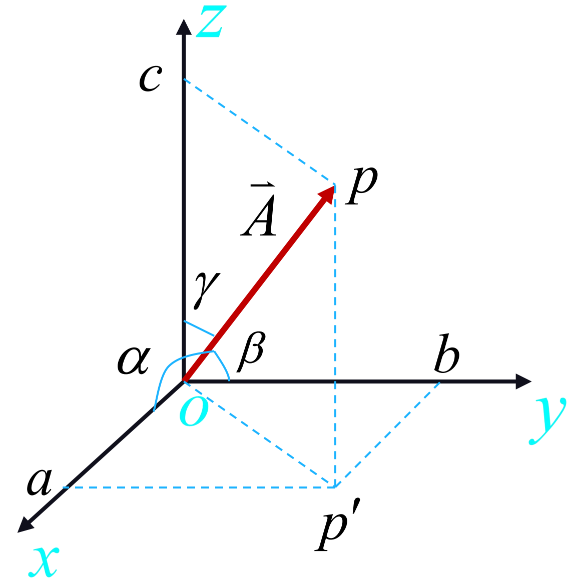
$\vec{A}$ 的大小 $$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}$$

$\vec{A}$ 的方向 $$\tan\alpha=\frac{A_y}{A_x}$$

空间矢量的分解

$$\vec{A}=\overrightarrow{op'}+\overrightarrow{oc}=\overrightarrow{oa}+\overrightarrow{ob}+\overrightarrow{oc}$$

$$=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}$$



$\vec{A}$ 的大小

$$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$$

5. 矢量的运算

已知：$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$　　$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$

（1）两矢量的和与差

$$\boxed{\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x)\vec{i} + (A_y \pm B_y)\vec{j} + (A_z \pm B_z)\vec{k}}$$

（2）两矢量点乘（标积）

结果为一标量。　　定义：$\boxed{\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\alpha}$

α 是 $\vec{A}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角

性质：

(1)　$\vec{A} \,//\, \vec{B}$　　$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB$

(2)　$\vec{A} \perp \vec{B}$　　$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

(3)　$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

单位矢量的点乘

$$\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}=\vec{k}\cdot\vec{k}=1$$

$$\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{i}=0$$

标积的坐标分量式

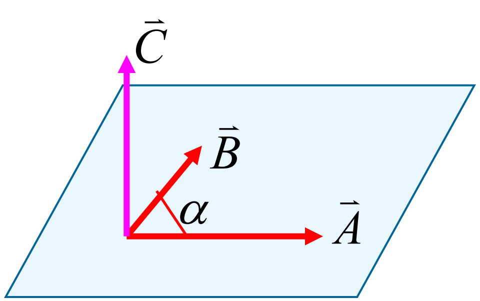
$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

(3) 两矢量叉乘（矢积）

结果为一矢量。令该矢量为$\vec{C}$，即 $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}$

$\vec{C}$ 的大小 $\boxed{C=AB\sin\alpha}$

$\vec{C}$ 的方向垂直 $\vec{A}$ 与 $\vec{B}$ 构成的平面，指向由右手螺旋法则确定。



性质：

(1) $\vec{A} // \vec{B} \quad C = 0$

(2) $\vec{A} \perp \vec{B} \quad C = AB$

(3) $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

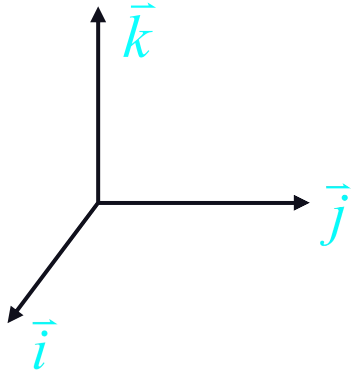
单位矢量的叉乘

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

$$\vec{i} \times \vec{j} = -\vec{j} \times \vec{i} = \vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = -\vec{k} \times \vec{j} = \vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = -\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j}$$



矢积的坐标分量式

$$\vec{A}\times\vec{B}=(A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k})\times(B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k})$$

$$=(A_yB_z-A_zB_y)\vec{i}+(A_zB_x-A_xB_z)\vec{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\vec{k}$$

矢量叉乘可以写成行列式

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$