第五篇 电磁学

第13章

稳恒电流的磁场

磁场(1)

主要内容:

- 稳恒电流 电动势
- 真空中的磁场
- 毕奥 — 萨伐尔定律

§13.1 电流 电流密度

1. 电流及形成电流的条件

电流 ——电荷的定向运动

电流的方向 —— 正电荷运动的方向

形成电流的条件 $\begin{cases} \text{导体中有可自由移动的电荷} \\ \text{导体两端有电势差} \end{cases}$

2. 描述电流的两个物理量

（1）电流强度 (标量)

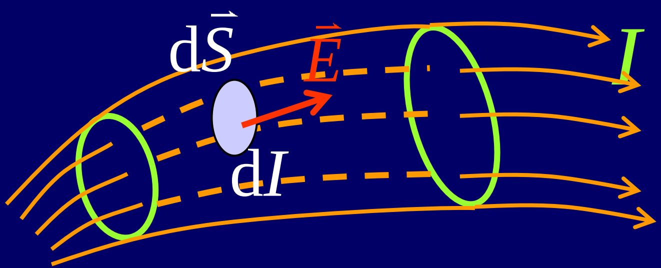
$$\boxed{I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$$

单位：安培，符号 A

（2）电流密度 (矢量)

$$\boxed{j=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S}}$$

单位：A/m²

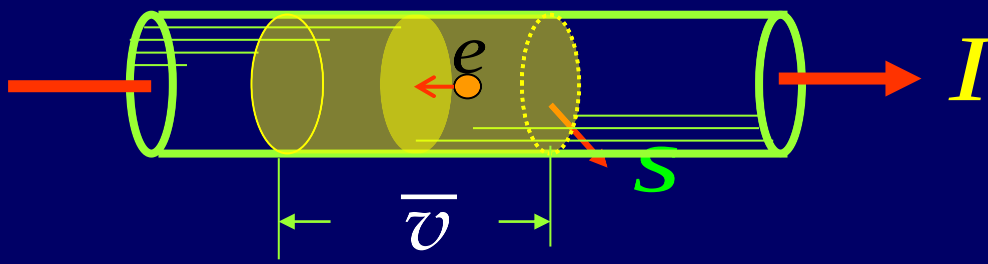


$\vec{j}$是一个矢量, 方向为该处 $\vec{E}$ 的方向

$$I=\int_s \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

3. 导体中电流强度与电子漂移运动平均速率的关系

$$\boxed{I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=ne\overline{v}S}$$



式中n为导体中单位体积的自由电子数， $\overline{v}$ 为电子漂移运动平均速率

§13.2 磁场 磁感应强度

1. 基本磁现象

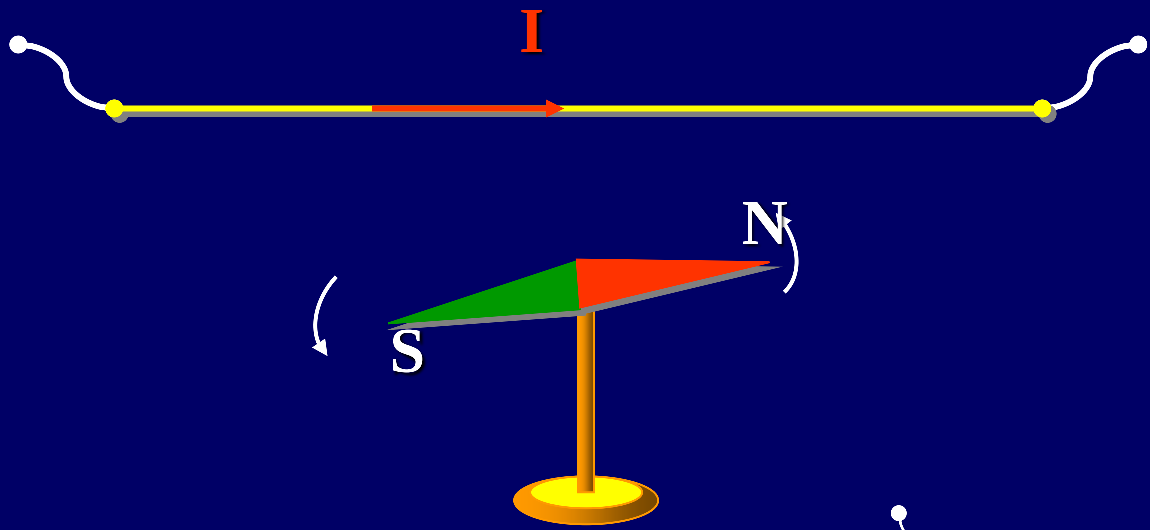
永磁体的性质

- 永磁体具有磁性，能吸引铁、钴、镍等物质。
- 永磁体具有磁极，分磁北极 N 和磁南极 S 。
- 磁极之间存在相互作用，

  同性相斥，异性相吸。

- 磁极不能单独存在。

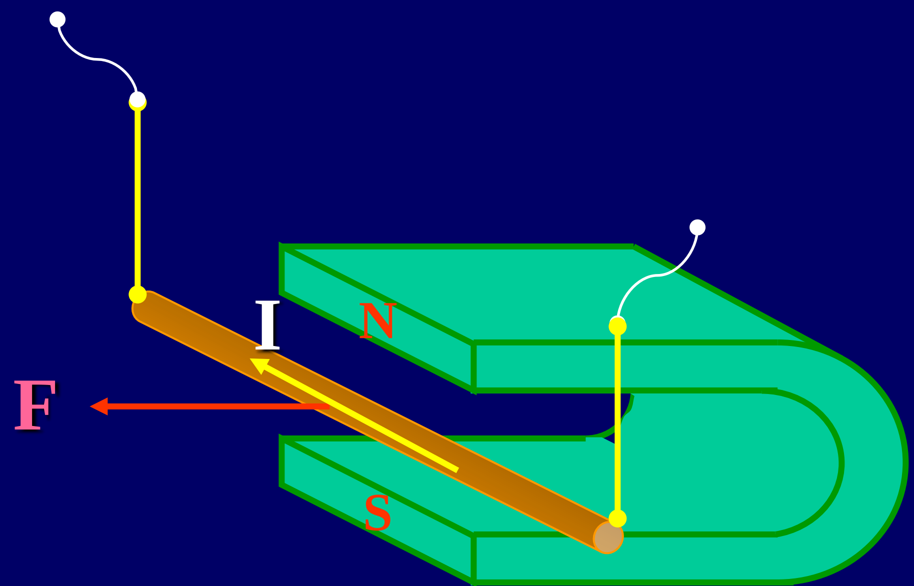
奥斯特实验（1819年）



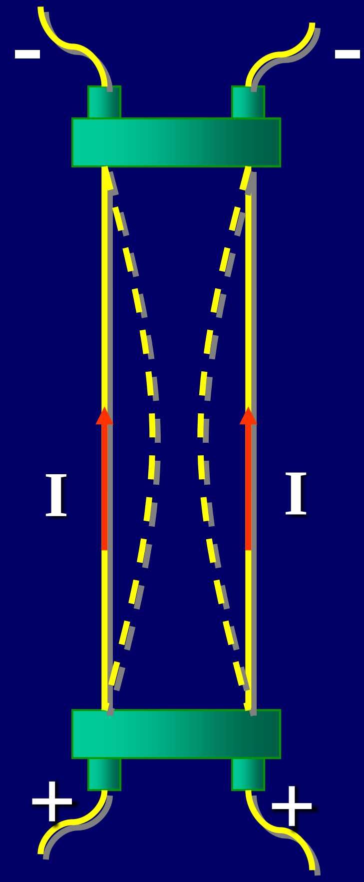
在载流导线附近的小磁针会发生偏转

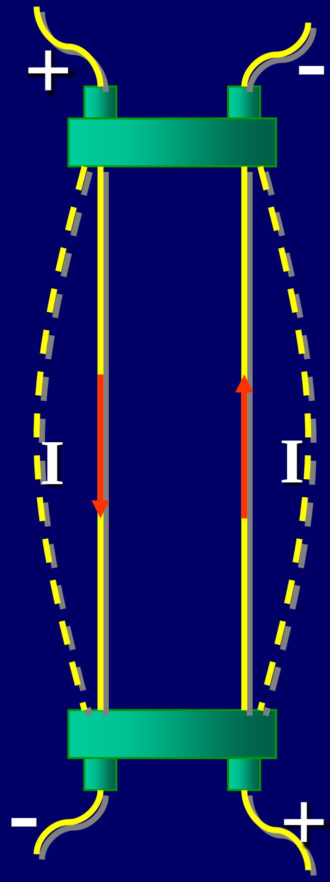
1820年安培的发现

放在磁体附近的载流导线或线圈会受到力的作用而发生运动。

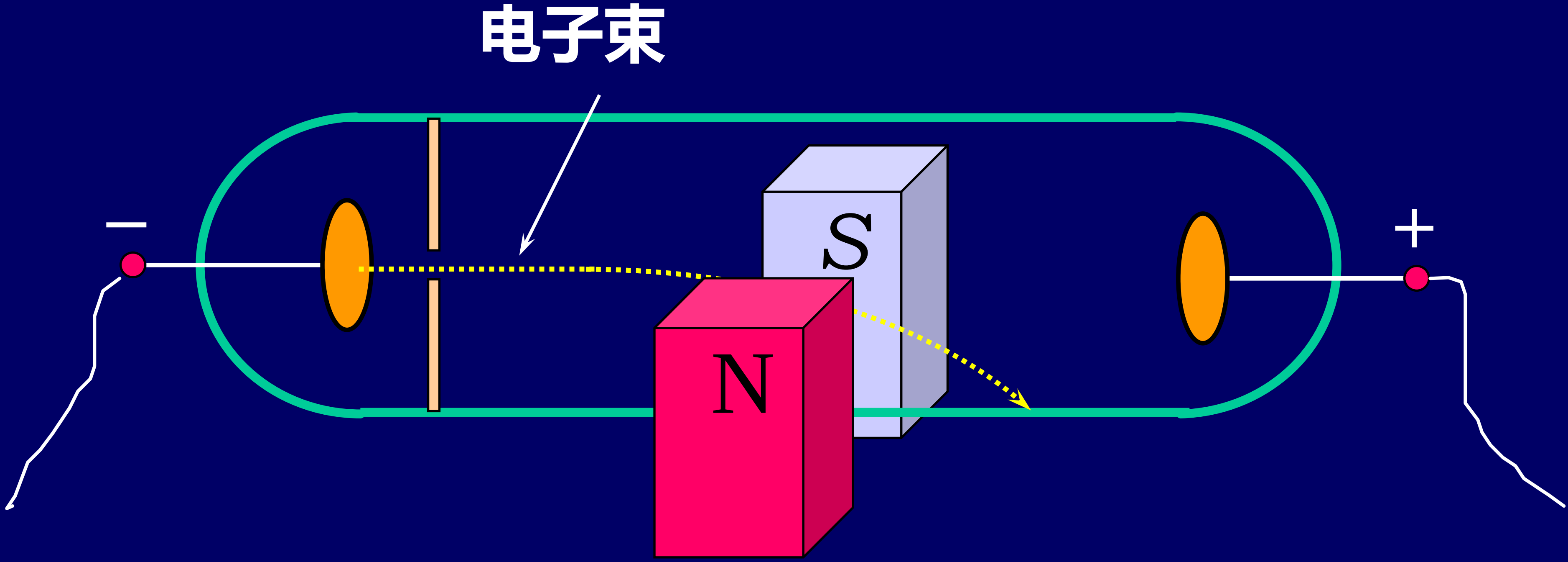


电流与电流之间存在相互作用



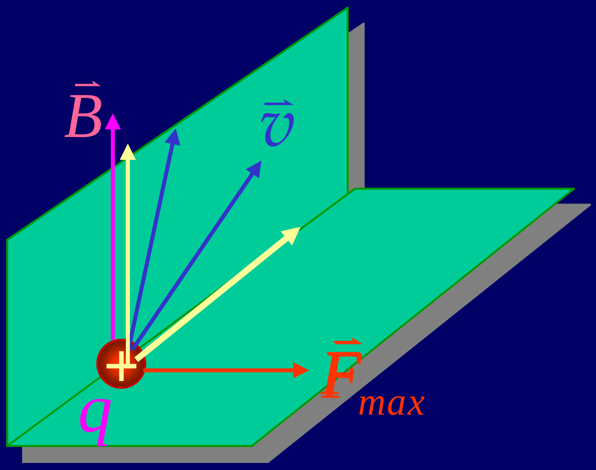


磁场对运动电荷的作用



2. 磁感应强度

定义空间某点的 $\vec{B}$，引入运动点电荷 q 以速度 $\vec{v}$ 经过该点，测出其受到的最大磁力 F_{max}。



定义：磁场中某点磁感应强度的大小

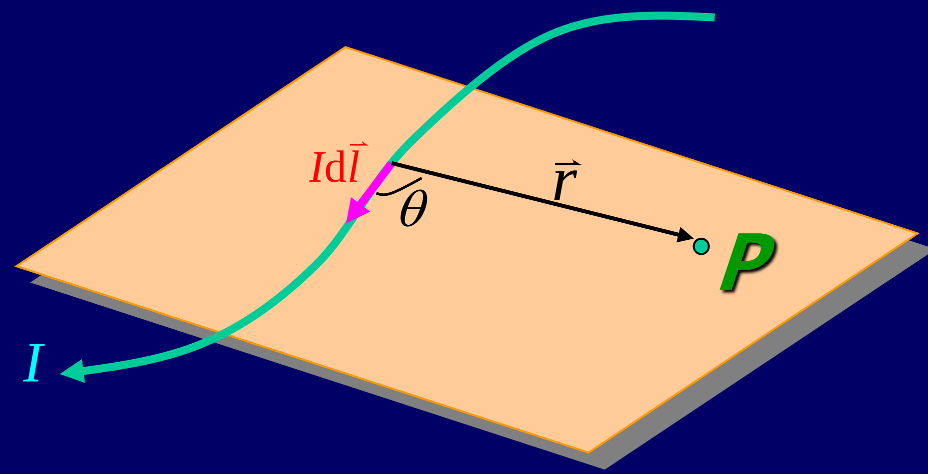
$$B = \frac{F_{\max}}{qv}$$

该点磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向：

置于该点的小磁针，其磁北极N的指向即为该处磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向。

B的单位： 特斯拉(T)

3. 毕奥-萨伐尔定律



（1）电流元

导线中任取一线元$\mathrm{d}l$, 其中的电流为I， 则 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 称为电流元。

$I\mathrm{d}\vec{l}$是矢量: 大小：$I\mathrm{d}l$

方向：$\mathrm{d}l$中电流的方向.

（2）毕奥 — 萨伐尔定律

电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$在P点产生的磁感应强度的大小

$$\mathrm{d}B \propto \frac{I\mathrm{d}l \sin\theta}{r^2}$$

式中 θ 是 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 与 $\vec{r}$ 的夹角

写成等式:

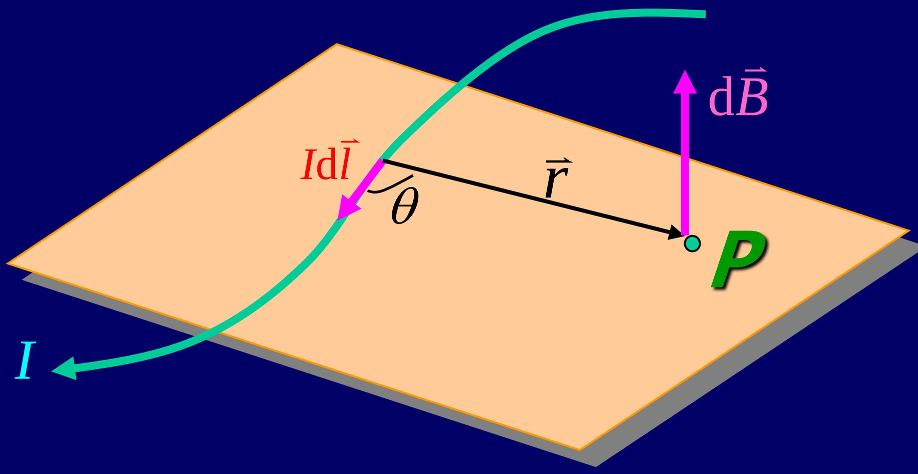
$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l \sin\theta}{r^2}$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m\cdot A^{-1}}$ 为真空磁导率

$\mathrm{d}\vec{B}$的方向垂直 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 与 $\vec{r}$ 构成的平面，指向由右手螺旋确定

矢量式: $\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$



毕奥—萨伐尔定律

任意载流导线在P点产生的磁场

$$\vec{B}=\int_L \mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_L\frac{\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

实际中建立坐标，把 $\mathrm{d}\vec{B}$分解为$\mathrm{d}B_x$ 和$\mathrm{d}B_y$

$$B_x=\int_L \mathrm{d}B_x,\qquad B_y=\int_L \mathrm{d}B_y$$

$$\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}$$

4. 毕-萨定律的应用

（1）一段直线电流的磁场

在l处取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$，它在P点产生的$\mathrm{d}\vec{B}$ 的大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

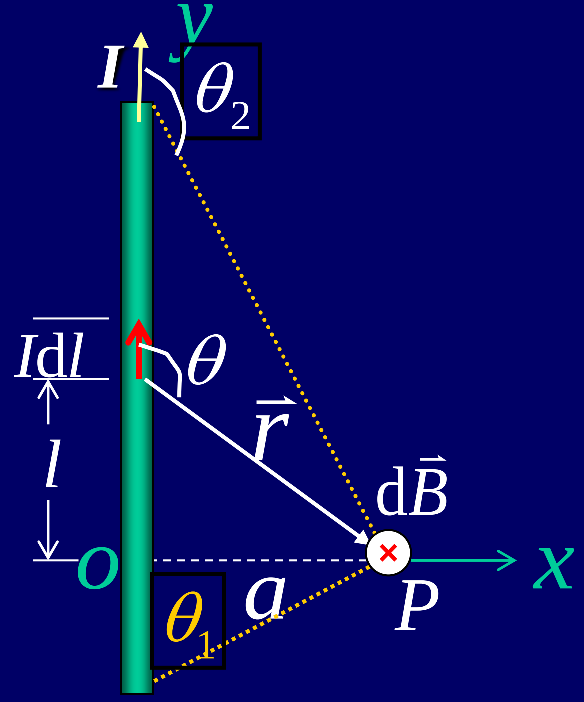
$\mathrm{d}\vec{B}$的方向垂直纸面向里$\otimes$

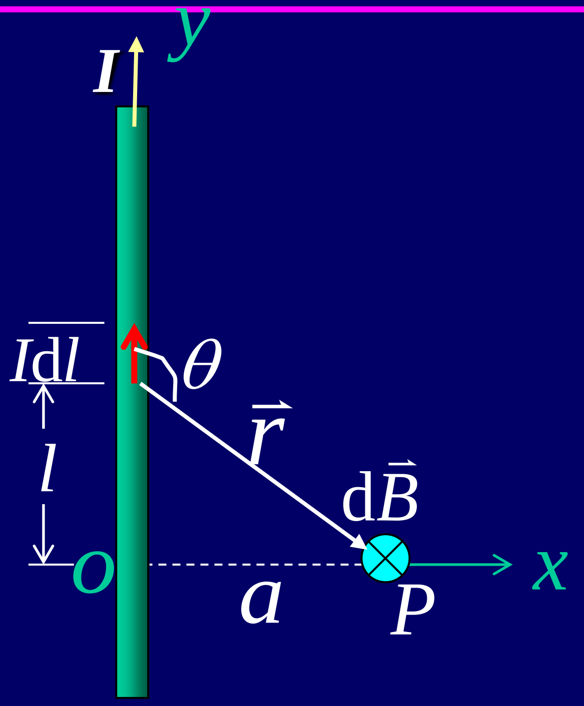
$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

式中 l,θ,r都是变量，统一用θ表示

$$\because\quad l=a\cot(\pi-\theta)=-a\cot\theta,\ \mathrm{d}l=a\csc^2\theta\mathrm{d}\theta$$

$$r=\frac{a}{\sin(\pi-\theta)}=\frac{a}{\sin\theta}$$





代入并整理得:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_L \frac{\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}[\cos\theta_1 - \cos\theta_2]}$$

式中 θ_1 为起点电流元与 $\vec{r}$ 的夹角，θ_2 为终端电流元与 $\vec{r}$ 的夹角。

讨论

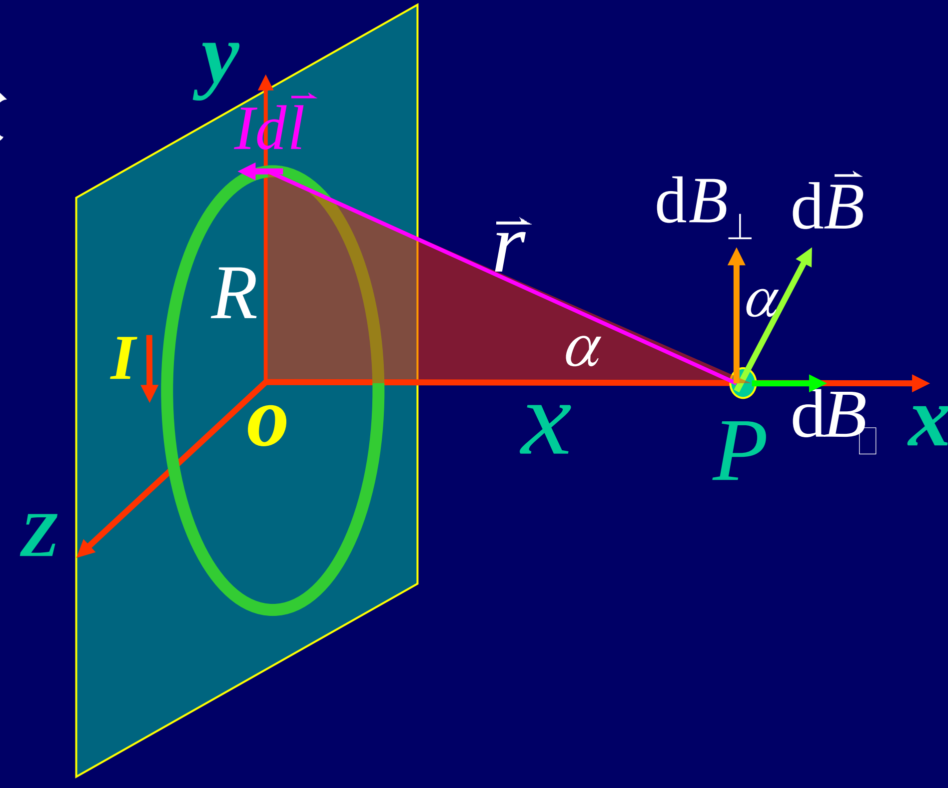
① 导线无限长, $\theta_1 \to 0, \theta_2 \to \pi$ $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$

② 导线半无限长, $\theta_1 \to \frac{\pi}{2}, \theta_2 \to \pi$ $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}}$

③ P点在导线延长线上, $B = 0$

（2）圆电流的磁场

圆环半径为R，通电流I, 计算它在轴线上P点的磁感应强度



圆环上任取电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$，它在P点产生的$\mathrm{d}\vec{B}$的大小为

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2} \quad ,\theta = 90^0$$

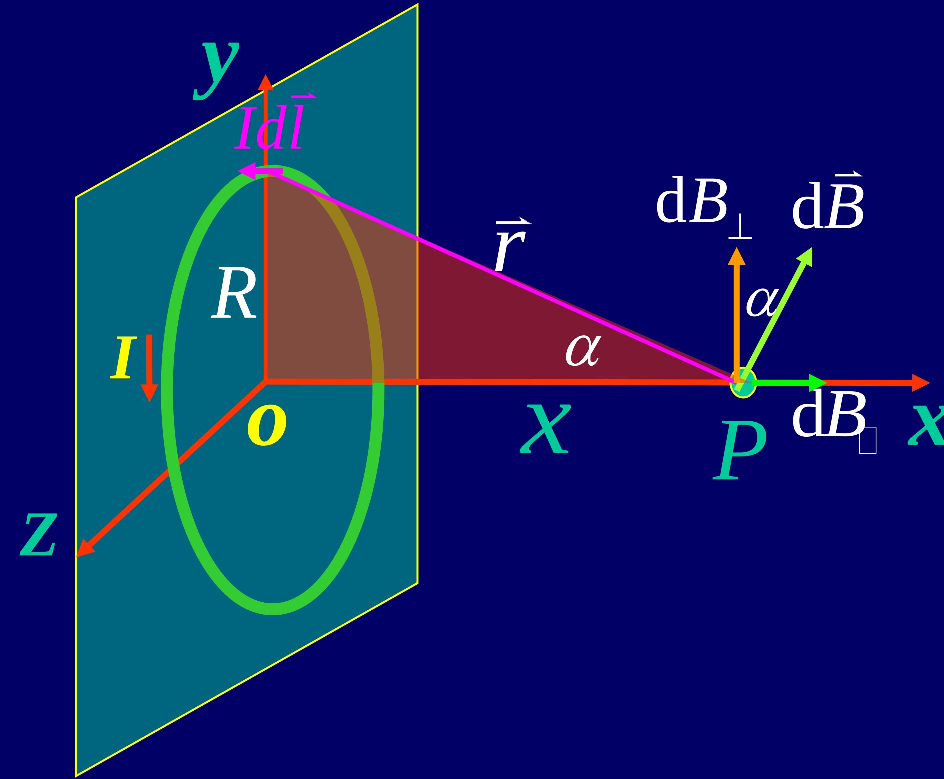
$\mathrm{d}\vec{B}$ 方向如图所示

由对称性 $B_\perp = \int \mathrm{d}B_\perp = 0$

$$B = B_\parallel = \int \mathrm{d}B_\parallel = \int \mathrm{d}B\sin\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r}\int_0^{2\pi R}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} \qquad r = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$



$\vec{B}$的方向沿 x 正向。

讨论

① 圆心处：$x = 0$

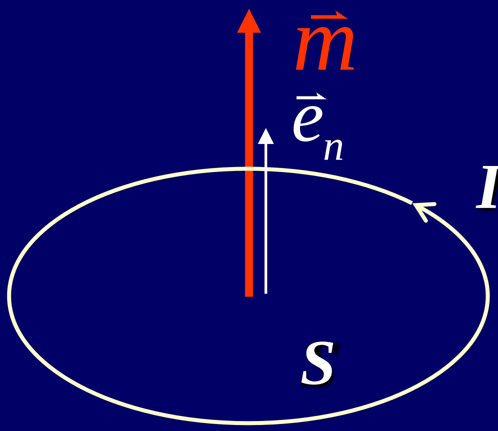
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}$$

② $x \gg R$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 I S}{2\pi x^3}$$

定义：载流线圈的磁矩

$$\boxed{\vec{m} = NIS\vec{e}_n}$$



式中： N 为线圈的匝数;

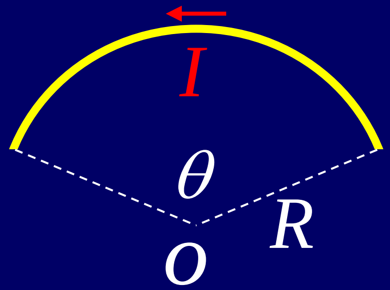
S 为线圈的面积;

$\vec{e}_n$ 为线圈平面法矢.

上述圆电流在中心的磁场可写成：

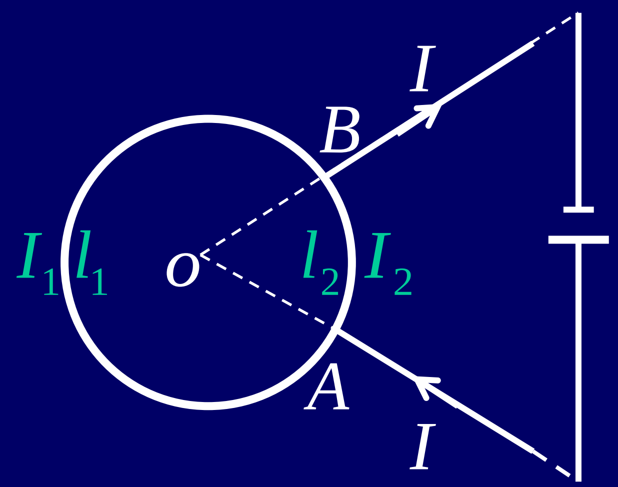
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}}$$

③ 一段半径为R通电流为I的圆弧形电流在圆心处的磁场



$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\theta}$$

例1 两根长直导线沿半径方向引到铁环上的A、B两点，并与很远处的电源相连，如图所示。求环中心O处的磁感应强度。



解: 设o点左右两段圆弧形电流对o点的磁感应强度的大小分别为B_1和B_2，导线长度分别为l_1和l_2，圆环导线截面积为S，电阻率为ρ，

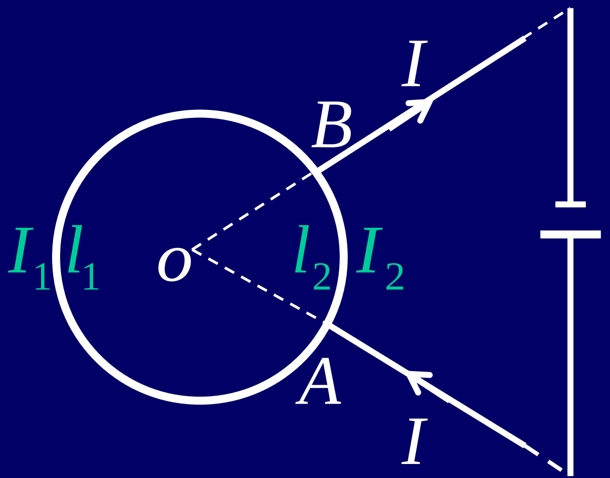
则电流I_1和I_2的关系为

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho\frac{l_2}{s}}{\rho\frac{l_1}{s}}=\frac{l_2}{l_1} \qquad I_1 l_1 = I_2 l_2$$

I_1和I_2对o点的磁感应强度的大小B_1和B_2分别为

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\int_{l_1}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 l_1}{r^2}$$

$\vec{B}_1$的方向垂直纸面向里



$$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\int_{l_2}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2 l_2}{r^2}$$

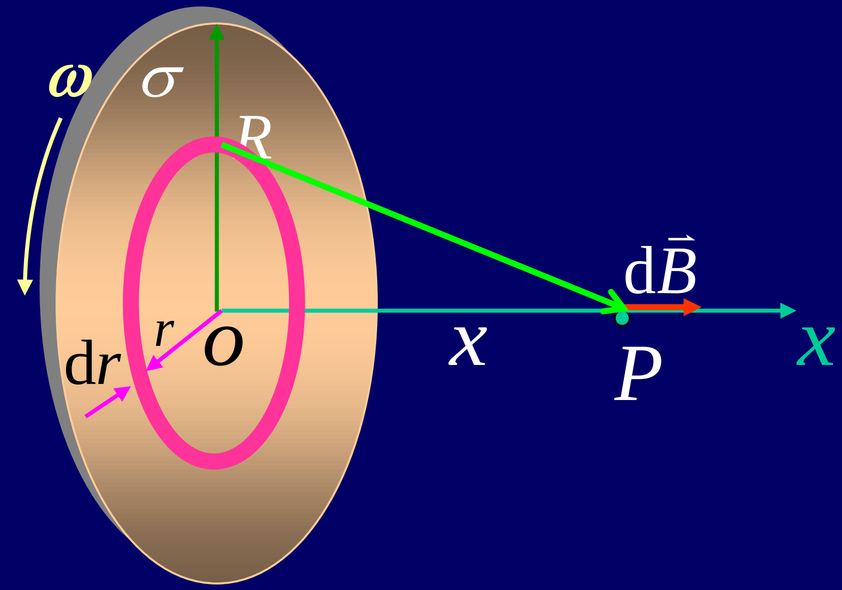
$\vec{B}_2$的方向垂直纸面向外

圆心o处的合磁感应强度为

$$B=B_1-B_2=\frac{\mu_0}{4\pi r}(I_1 l_1-I_2 l_2)=0$$

例2、半径为 R 的圆盘均匀带电，电荷面密度为σ 。若该圆盘以角速度 ω 绕圆心 O 旋转，求轴线上距圆心 x 处的P点的磁感应强度以及圆盘的磁矩。

解：在r处取宽为dr的圆环，
带电量 $\mathrm{d}q=\sigma\cdot 2\pi r\mathrm{d}r$



圆环旋转等效的圆电流为

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$

此载流圆环在P点产生的磁场

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 r^2\mathrm{d}I}{2(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0\omega\sigma r^3\mathrm{d}r}{2(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$\mathrm{d}\vec{B}$方向沿轴线, 如图所示

整个旋转的带电圆盘在**P**点的**B**

$$B=\int \mathrm{d}B=\int_0^R \frac{\mu_0 r^3 \omega\sigma\,\mathrm{d}r}{2(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\mu_0\omega\sigma}{2}\left(\frac{R^2+2x^2}{\sqrt{R^2+x^2}}-2x\right)$$

方向沿x正方向

x = 0, 即圆心处的磁感应强度为 $B=\dfrac{\mu_0\omega\sigma R}{2}$

圆盘的磁矩大小

$$\mathrm{d}m=\pi r^2\mathrm{d}I=\pi r^2\omega\sigma r\mathrm{d}r=\pi r^3\omega\sigma\,\mathrm{d}r$$

$$m=\int \mathrm{d}m=\int_0^R \pi r^3\omega\sigma\,\mathrm{d}r=\frac{1}{4}\pi\omega\sigma R^4$$

作业:

P104~109页
选1，2，计19, 22