波动(2)

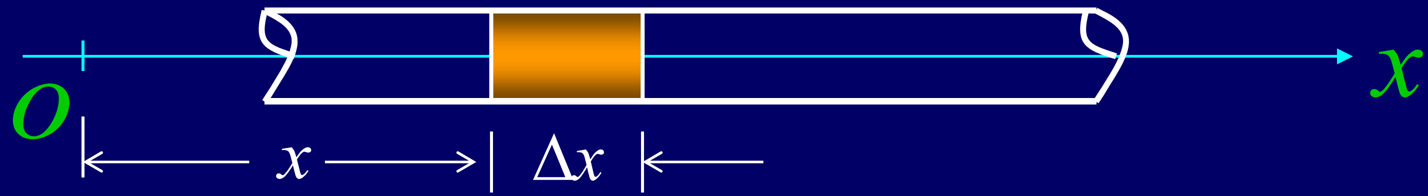
主要内容：

- 波的能量　声波

§7.3 波的能量　声波

1、波的能量

以纵波在棒中传播为例，推导波动传播时，媒质中任一体元的能量。



设棒的截面为S，密度为ρ。在x处取体元，原长为Δx，

体元的质量　$\Delta m = \rho \Delta V = \rho S \Delta x$

设棒中纵波的波动表达式为 $y = A\cos\omega(t - \dfrac{x}{u})$

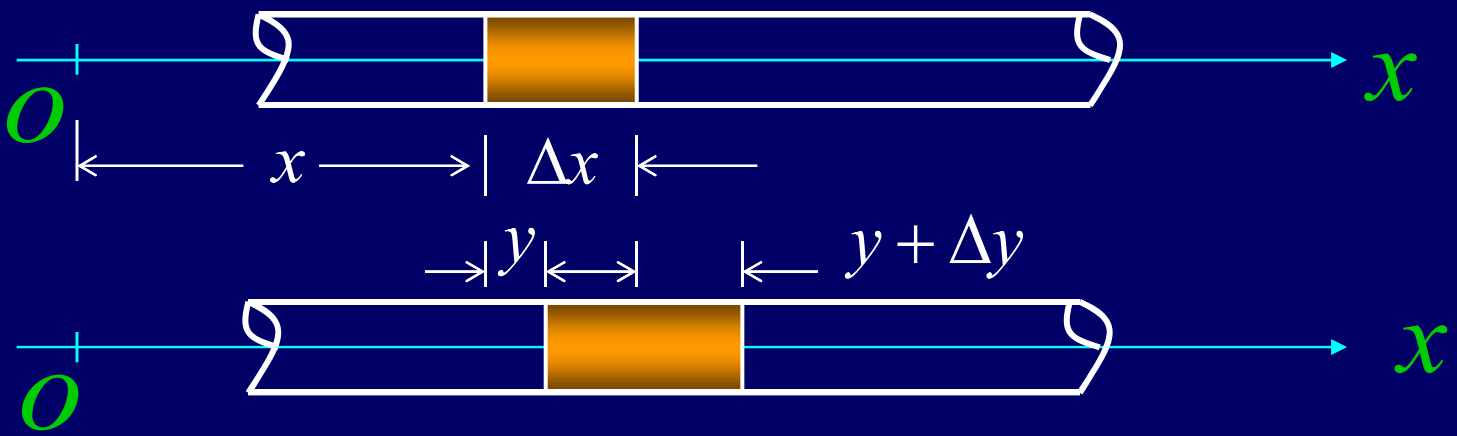
则体元的振动速度为

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\omega(t - \frac{x}{u})$$

体元的动能为

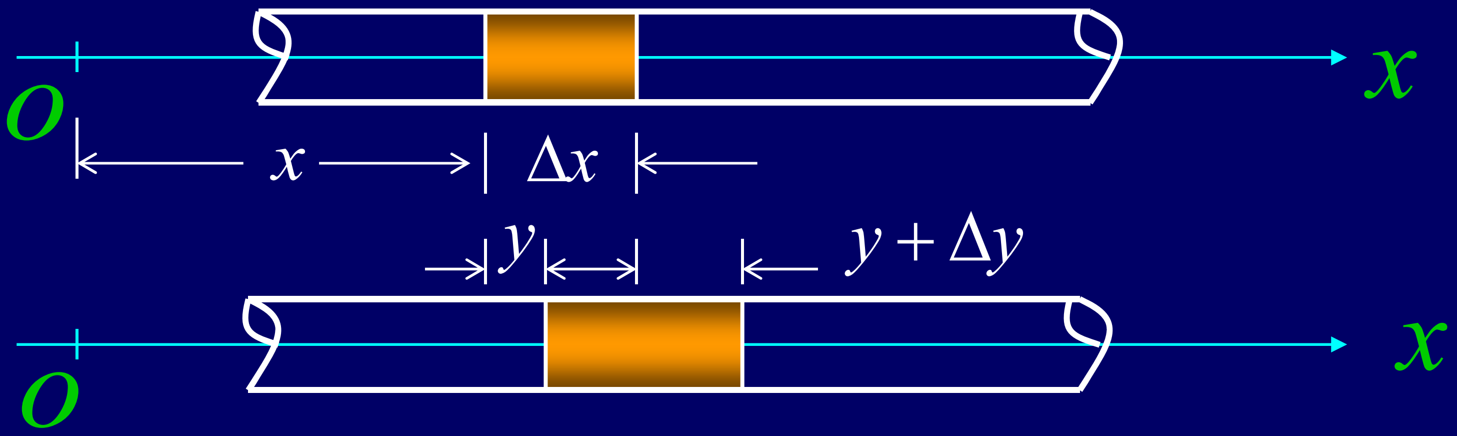
$$\Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}(\Delta m)v^2 = \frac{1}{2}\rho \Delta V \omega^2 A^2 \sin^2 \omega (t - \frac{x}{u})$$

下面推导体元的势能



设体元左端的位移为y，右端的位移为 $y + \Delta y$ ，则体元的长度变化量为 Δy，其长应变为 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 或 $\dfrac{\partial y}{\partial x}$.

由杨氏模量定义　$\dfrac{F}{S} = E\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$



由杨氏模量定义 $\dfrac{F}{S}=E\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$，得体元受到的弹力为

$$F=E\,s\frac{\Delta y}{\Delta x}=k\Delta y \qquad k=\frac{E\,s}{\Delta x}$$

所以体元的弹性势能为

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}k(\Delta y)^2=\frac{1}{2}\frac{E\,s}{\Delta x}(\Delta y)^2=\frac{1}{2}Es\Delta x\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2$$

$$\because \quad \frac{\partial y}{\partial x}=-A\frac{\omega}{u}\sin\omega\left(t-\frac{x}{u}\right) \qquad E=\rho u^2$$

$$\boxed{\Delta E_k=\frac{1}{2}(\Delta m)v^2=\frac{1}{2}\rho\,\Delta V\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})}$$

$$\therefore\quad \Delta E_p=\frac{1}{2}\rho u^2\Delta VA^2(\frac{\omega}{u})^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})=\Delta E_k$$

可见，任一时刻体元的动能和势能相等，且相位相同。

体元的总能

$$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_{\mathrm{p}}=\rho\,\Delta V\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

即: 体元的总机械能不守恒，随 t 周期性变化。说明波动中每一质元都在不断地从前一质元中吸收能量，又不断把能量传给后一质元。

媒质中所有质元的动能与势能之总和称为波的能量。

2、波的能量密度和能流密度

能量密度 —— 单位体积内波的能量

$$w=\frac{\Delta E}{\Delta V}=\rho\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

平均能量密度

$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

能流密度 —— 在单位时间内通过垂直于波线的单位面积上的平均波的能量。

$$I=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho u A^2\omega^2 \qquad \mathrm{W.m^{-2}}$$

能流密度也叫波的强度.

*3、声波

声波是一种纵波，频率在20Hz～20KHz的声波能引起听觉，称为可闻声波；频率高于**20KHz**的声波称为超声波，频率低于**20Hz**的声波称为次声波。超声波和次声波对人体都有某些害处。

描述声波的物理量

（**1**）声压——介质中有声波传播时的压强和无声波传播时的静压强差称为声压。

（**2**）声强　声强级

声强即声波的平均能流密度　$I=\frac{1}{2}\rho uA^2\omega^2=\frac{1}{2}\frac{p_m^2}{\rho u}$

式中 $p_m=\rho u\omega A$ 为声压振幅，可见声强与频率的平方、振幅的平方成正比

引起听觉的声波，不仅有频率范围，还有声强范围。能引起听觉的最低声强称为听觉阈，高于上限的声强（称为痛觉阈）也不能听见，声强的上下限值随频率而异，**1Hz**时，正常人听觉的最高声强为**1W/m²**，最低声强为$I_0=10^{-12}\mathrm{W/m^2}$。由于可闻声强的数量级相差很大，通常以对数标度，

$$I_L = \lg\frac{I}{I_0}$$

单位：贝尔（**Bel)**

贝尔单位太大，常用分贝（**db)**作为声强级的单位

$$I_L = 10\lg\frac{I}{I_0}$$

（**db)**

声音响度与声强有一定关系，见书中表**7-1**