第7章

波动学基础

波动(1)

主要内容：

- 机械波的形成和传播
- 平面简谐波的波函数

§7.1 机械波的产生与传播

波动 —— 振动状态的传播过程

波动分为两大类 —— 机械波与电磁波

机械波 —— 机械振动在介质中的传播

电磁波 —— 电磁振动在空间中的传播

两类波本质不同, 但都有波动的共同特征:

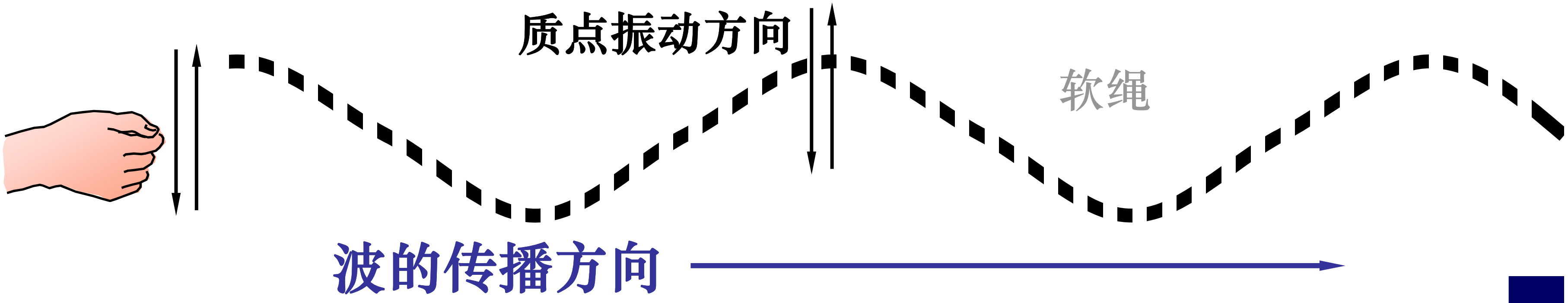
如: 传播速度, 能量的传播, 产生发射、折射和衍射等。

本章讨论机械波。

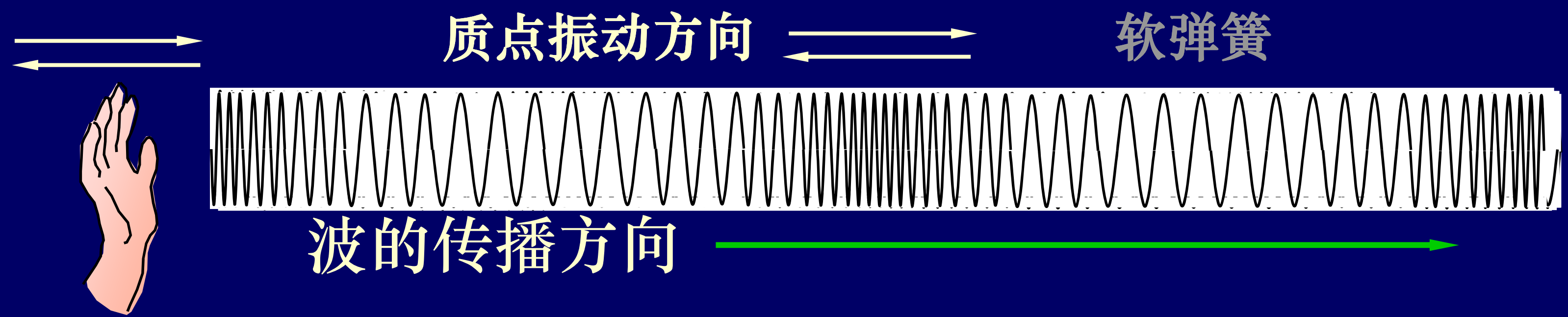
1、机械波产生的条件 —— 波源(振动源)和弹性介质

2、两种机械波 —— 横波与纵波

横波(transverse wave) 纵波(longitudinal wave)



横波：质点的振动方向与波的传播方向垂直



纵波：质点的振动方向与波的传播方向平行

3、机械波的传播特征

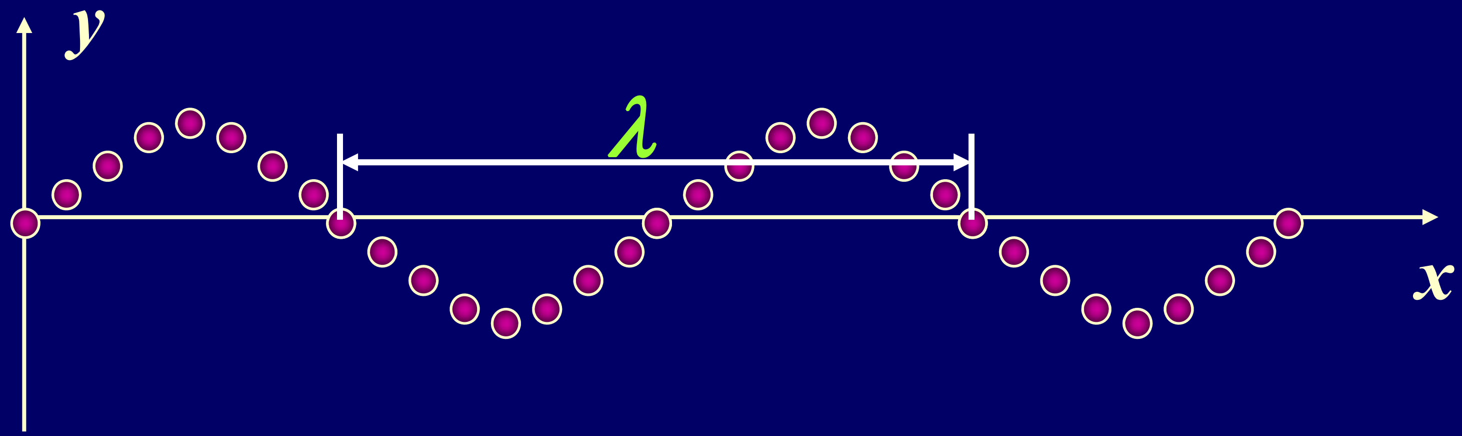
（1）波动是振动状态的传播。介质中各质点仅在各自平衡位置附近振动，并未“随波迁移”。

（2）各质点都依次重复波源的振动，频率相同，只是“起步”不同，亦即振动的初相不同。沿着波的传播方向各质点的振动相位依次落后。

（3）波动传播的过程是能量的传播过程。

4、描述波动的物理量

（1）波长 (wavelength) λ —— 同一波线上两个相邻的、相位差为 2π 的质点之间的距离。



波长反映了波动在空间上的周期性

（2）波的周期 T —— 波前进一个波长的距离所需要的时间

波的频率 ν —— 周期的倒数 $\nu = \dfrac{1}{T}$

波的周期和频率就是介质中各质点的振动周期和频率，等于波源的振动周期和频率。

周期和频率反映了波动在时间上的周期性

（3）波速 u ——— 单位时间振动传播的距离，波速也就是振动相位的传播速度**(phase velocity)**

机械波在介质中传播的速度与介质的弹性和密度有关。

纵波在液体和气体中的波速为 $$u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$ K 为体积模量，ρ 为媒质密度.

横波在固体中的波速为 $$u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$ G 为切变模量，ρ 为媒质密度.

纵波在固体中的波速为 $u=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$　E 为杨氏模量，ρ 为媒质密度.

可见：波速和波长由介质的性质决定，而波的频率与介质的性质无关，由波源决定。

波速 u、波长 λ 和频率 ν 的关系

$$u=\frac{\lambda}{T}=\nu\lambda$$

上式对机械波、电磁波都适用。

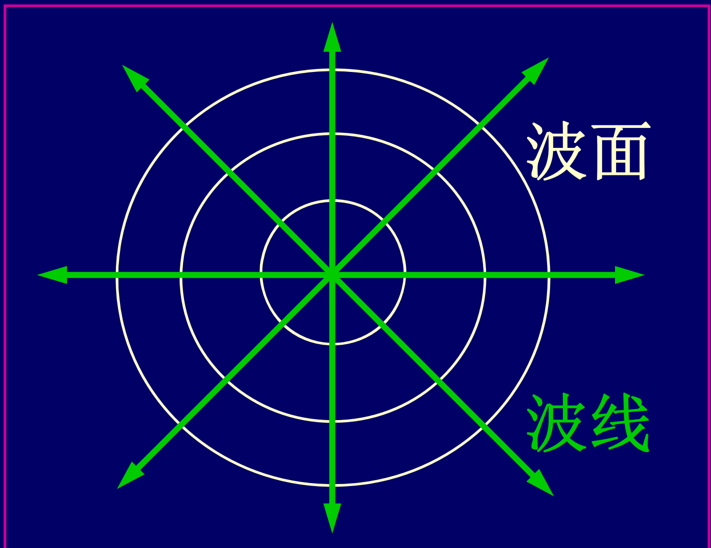
5、波的几何描述—— 波线、波面和波阵面

从波源沿各传播方向所画的带箭头的线，称为波线(wave ray)，用以表示波的传播路径和传播方向。

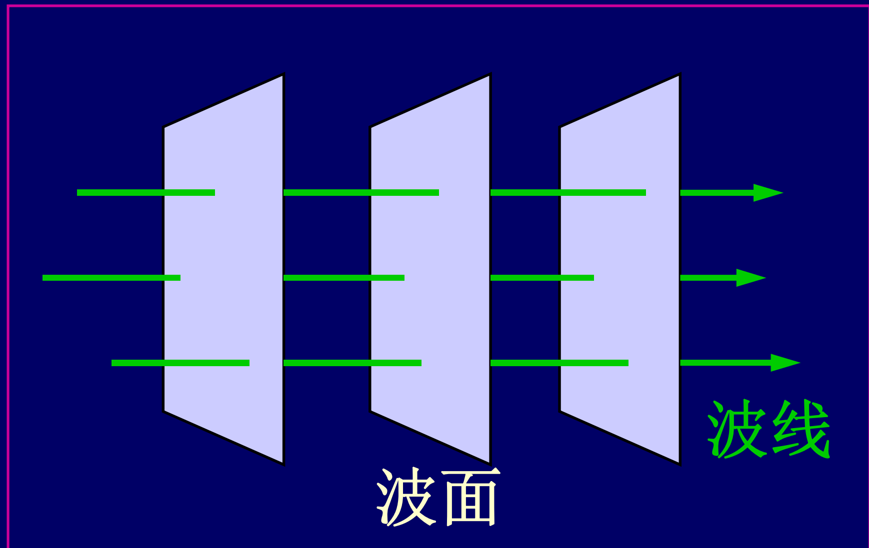
波在传播过程中，所有振动相位相同的点连成的面，称为波面(wave surface)。又称同相面。

最前面的那个波面称为波前(wave front)。

在各向同性介质中波线和波面垂直。



球面波

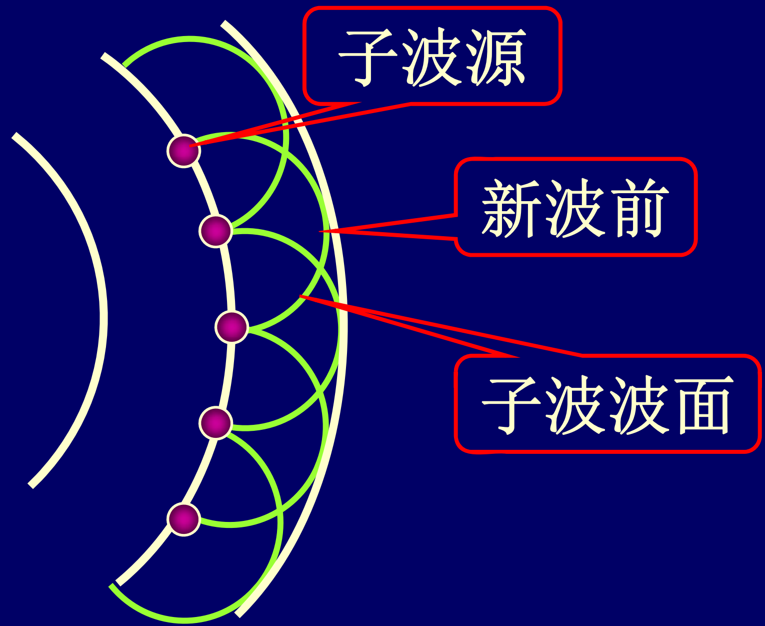


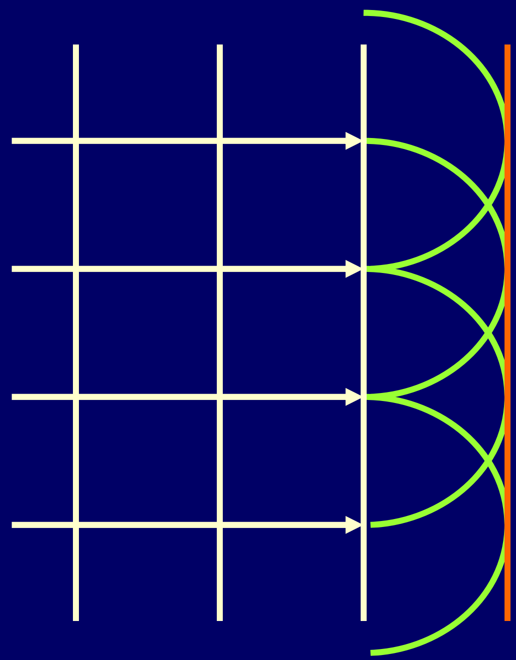
平面波

6、惠更斯原理 (Huygens principle)

介质中波动传播到达的各点，都可以看作是发射子波的波源，在其后的任一时刻，这些子波波面的包络就是新的波前。

根据此原理，只要知道某一时刻的波阵面，就可以决定下一时刻的波阵面。





§7.2 平面简谐波的波函数

波动方程或叫波函数 $y(x,t)$ ——

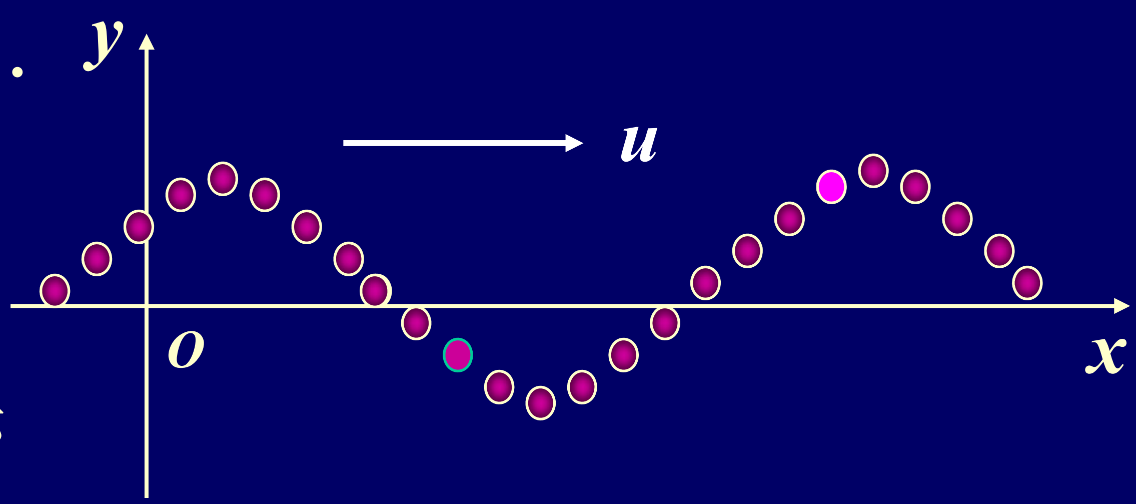
波线上任意 x 处质点在 t 时刻的位移方程。

1、波动方程的建立

设一平面简谐横波沿 x 正方向传播，波速为 u .

x 轴是各质点的平衡位置。

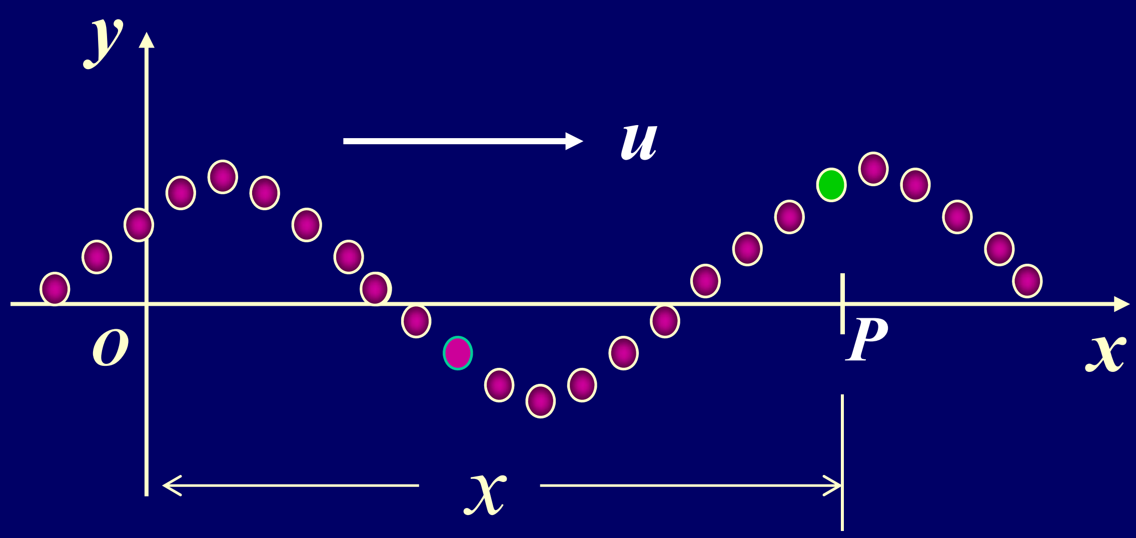
取波线上任一点为坐标原点



设 o 点处质点的振动表达式为:

$$y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi)$$

写波线上 x 处 p 点的振动方程，即波动方程。



(1) 从时间上考虑

振动从 o 点传到 P 点需要时间 $\Delta t = x/u$ ，若 o 处质点在 t 时刻的振动位移为 $y_0(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$

则同一时刻 t，离原点为 x 处的 p 点的振动位移应为

$$y(x,t)=y(0,t-\tfrac{x}{u})=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi] \qquad ①$$

即 x 处 p 点在 t 时刻的振动位移就是原点处质点在 $(t-x/u)$ 时刻的位移。

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$ ①

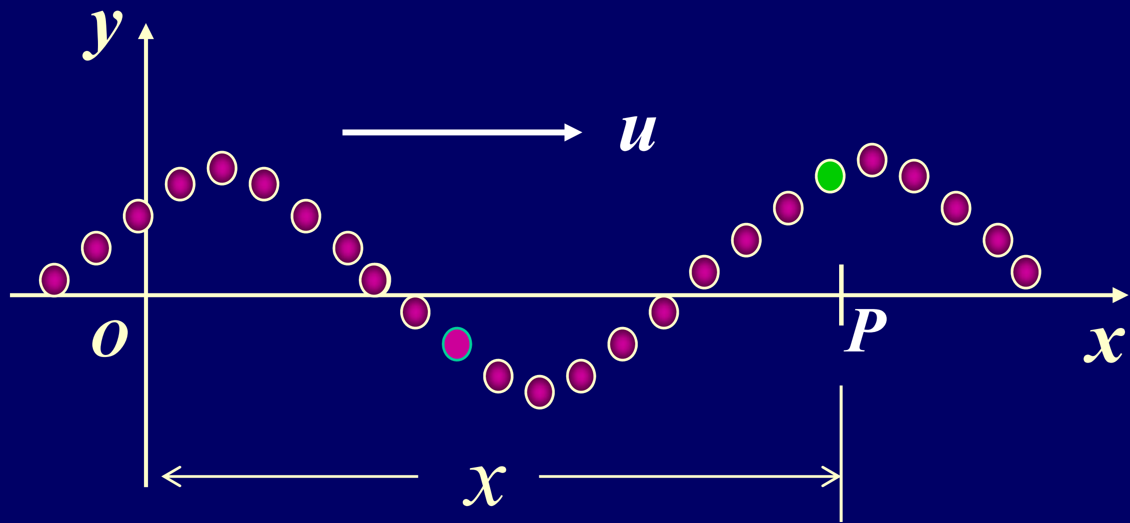
(2) 从相位上考虑

$$y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi)$$

即 t 时刻原点处质点的振动相位为 $(\omega t+\varphi)$

x 处 P 点的相位落后 O 点

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{x}{\lambda}$$



所以 t 时刻 p 点的振动位移为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-2\pi\frac{x}{\lambda}+\varphi)$$ ②

① ②两式都包含两个自变量（x , t）—— 波函数(或波动方程).

两式是等效的

2、波函数的物理意义

波函数含有两个自变量(x , t)

$$\boxed{y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]}$$

(1) 给定 x ， 如 $x=x_0$, 则

$$y(t)=A\cos[\omega(t-\frac{x_0}{u})+\varphi]$$

方程只含一个自变量 t , 表示 x_0 处质点的振动方程, 初相是 $(\varphi-\frac{\omega x_0}{u})$, 比O处质点落后了 $\frac{\omega x_0}{u}$

(2) 给定 t，如 $t = t_0$, 则

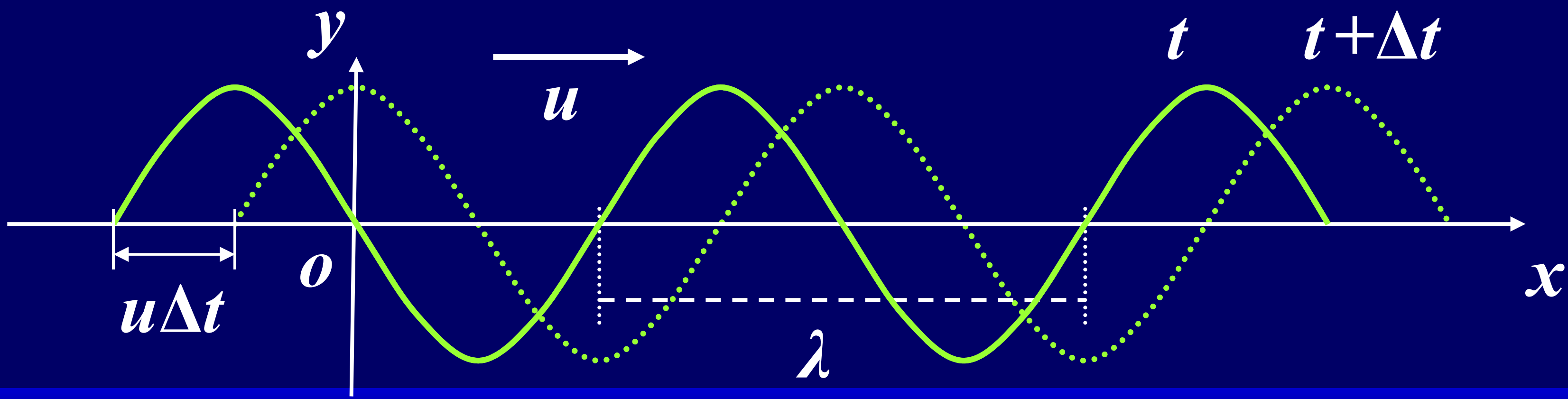
$$y(x) = A\cos[\omega(t_0 - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

方程只含一个自变量 x, 表示 t_0 时刻波线上各质点离开平衡位置的情况. 即 t_0 时刻的波形。

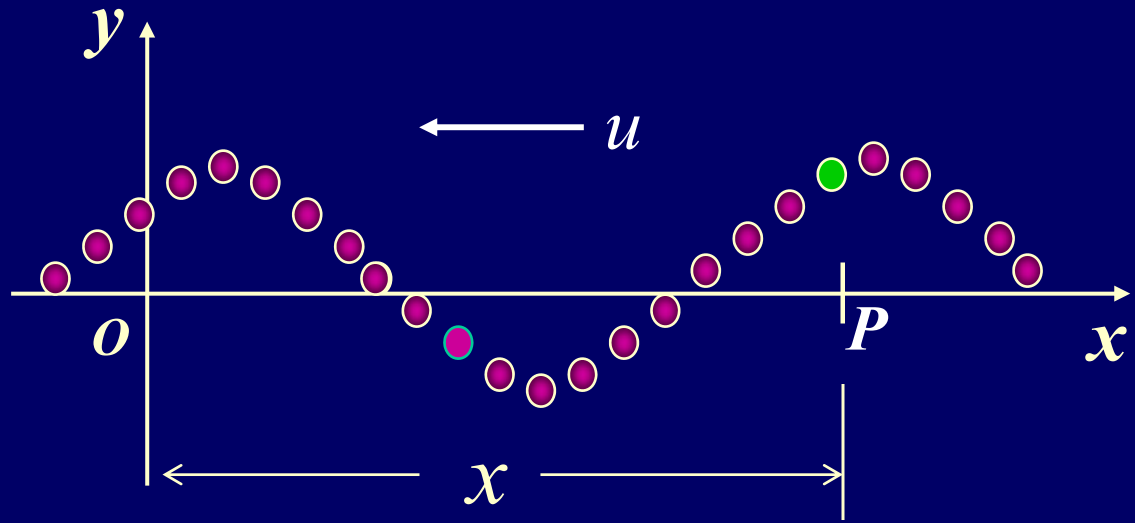
(3) 若 x, t 都是变量

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$ 行波方程

则不同时刻, 不同位置的点, 位移 y 不同, 即波形不同. 方程反映波在传播(行波).



3、向x轴负方向传播的平面简谐波的波函数

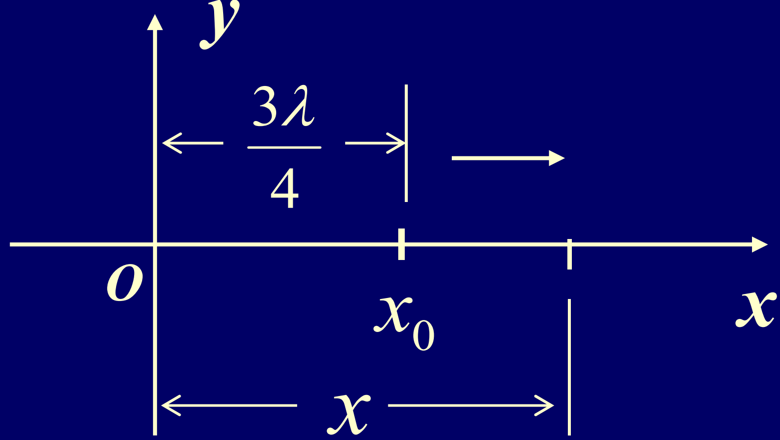


$$\boxed{y(x,t)=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\varphi]}$$

$$\boxed{y(x,t)=A\cos(\omega t+2\pi\frac{x}{\lambda}+\varphi)}$$

例1 一平面简谐波沿 x 轴正向传播。已知 $x_0=\frac{3}{4}\lambda$ 处质点的振动表达式 $y=A\cos\omega t$，求:（1）原点处质点的振动方程；(2) 该波的波动方程。

解 (1) O 点的振动在相位上超前 x_0 点



$$y_0(t)=A\cos(\omega t+2\pi\frac{3\lambda/4}{\lambda})$$

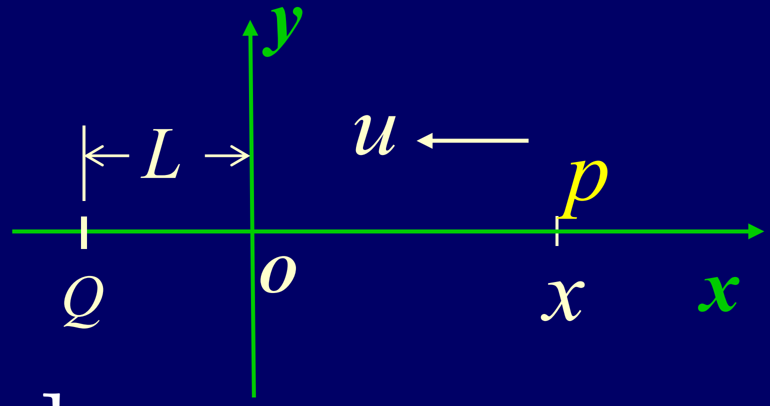
$$y_0(t)=A\cos(\omega t+\frac{3\pi}{2})$$

(2) 波函数 $$y(x,t)=A\cos(\omega t-2\pi\frac{x-3\lambda/4}{\lambda})$$

$$=A\cos(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{3\pi}{2})$$

例2 一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。波速为 u，已知 Q处质点的振动表达式 $y_Q = A\cos(\omega t + \varphi)$，求:（1）波动方程; (2) 与Q处质点振动状态相同的那些点的坐标。

解 (1) 波动方程 已知



$$y_Q(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

从时间上考虑

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t + \frac{L+x}{u}) + \varphi]$$

(2) 设 x 处的 p 点与Q点振动状态相同, 则

$$\Delta\varphi = 2\pi \times \frac{L+x}{\lambda} = \pm 2k\pi$$

$$\therefore \quad x = -L \pm k\lambda = -L \pm k\frac{2\pi u}{\omega} \qquad k = 1, 2, 3, \cdots$$